

# Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente

Pedro Infante Moreira

Tomo 2



ESPOCH  
2016





# Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente

---



# Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente

---

Tomo 2

Pedro Infante Moreira



**Solucionario de circuitos eléctricos  
en estado estable y transiente**

© 2015 Pedro Infante Moreira

© 2015 Escuela Superior Politécnica de Chimborazo

Panamericana Sur, kilómetro 1 1/2

Instituto de investigación

Riobamba, Ecuador

Teléfono: 593 (03) 2 998-200

Código Postal: EC060155

**Aval ESPOCH**

Este libro se sometió a arbitraje bajo el sistema de doble ciego  
(*peer review*).

**Corrección y diseño:**

La Caracola Editores

Impreso en Ecuador

Prohibida la reproducción de este libro, por cualquier medio, sin la previa  
autorización por escrito de los propietarios del Copyright.

CDU: 537 + 621.3

Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente. Tomo 2.

Riobamba: Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Instituto de Investigaciones; 2016

105 p. vol: 17 x 24 cm

ISBN: 978-9942-14-322-8

1. Circuitos eléctricos
2. Circuitos en estado estable
3. Circuitos acoplados
4. Electricidad
5. Magnetismo

## CONTENIDO TOMO 2

Capítulo 1. Circuitos RL y RC sin fuente .....	9
Problemas resueltos (25 al 32) .....	9
Capítulo 2. Circuitos RL y RC con fuente .....	55
Problemas resueltos (1 al 8) .....	55
Bibliografía .....	105

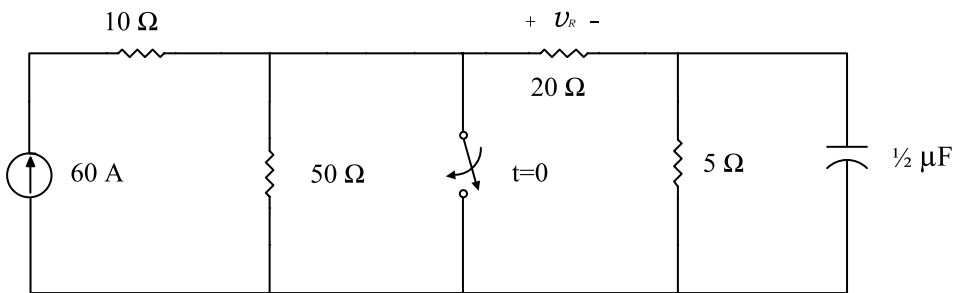




# CAPÍTULO 1 CIRCUITOS RL Y RC SIN FUENTE

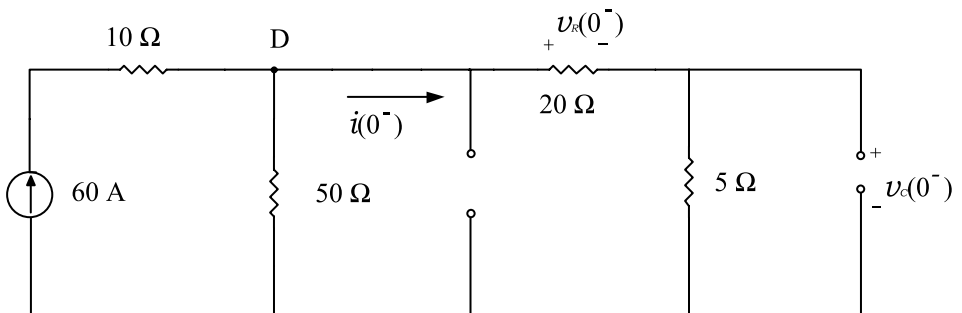
## Problemas Resueltos

**Problema 25:** “Gráfiquese  $v_R$  contra  $t$ ,  $-1 < t < 4 \mu\text{s}$ , para el circuito de la figura 1.85” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 173).



**Figura 1.85**

Para  $t < 0$ , en la figura 1.85, el interruptor está abierto tal como se muestra en la figura 1.86. El capacitor se abre, debido a las condiciones de estado estable y corriente continua de la fuente de 60 A.



**Figura 1.86**

En la figura 1.86, se aplica divisor de corriente en el nodo D:

$$i(0^-) = 60 \frac{50}{50 + 20 + 5} = 40 \text{ A}$$

Se aplica la Ley de Ohm en la resistencia de 5  $\Omega$ :

$$v_c(0^-) = 5 i(0^-) = (5)(40) = 200$$

$$v_c(0^-) = 200 \text{ V}$$

Se aplica la Ley de Ohm en la resistencia de 20  $\Omega$ :

$$v_R(0^-) = 20i(0^-)$$

$$v_R(0^-) = (20)(40)$$

$$v_R(0^-) = 800 \text{ V}$$

Para  $t > 0$ , en la figura 1.85, el interruptor está cerrado tal como se muestra en la figura 1.87. Se puede separar en dos circuitos debido a que los puntos ABC son los mismos (cortocircuito). El circuito se muestra en la figura 1.88.

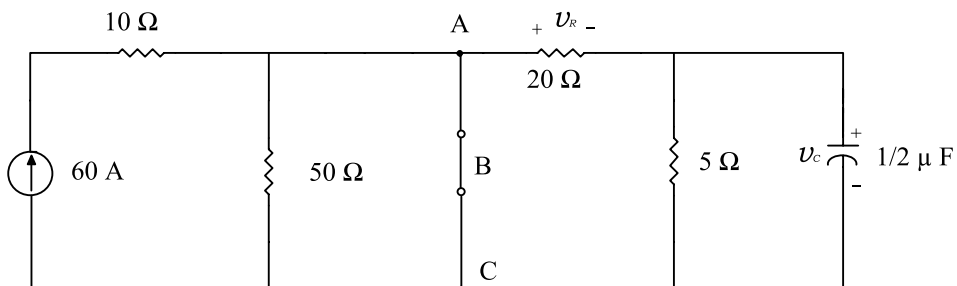


Figura 1.87

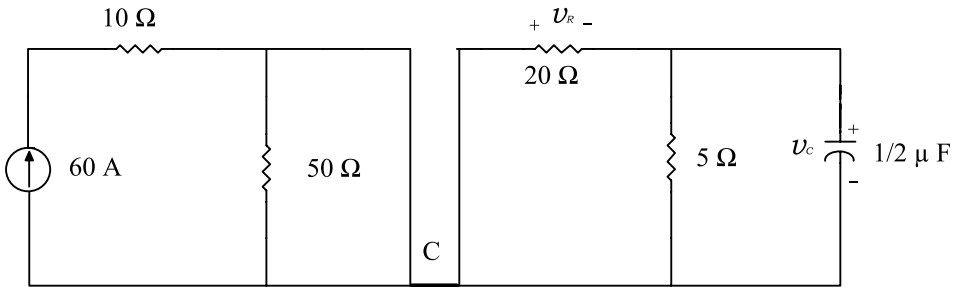
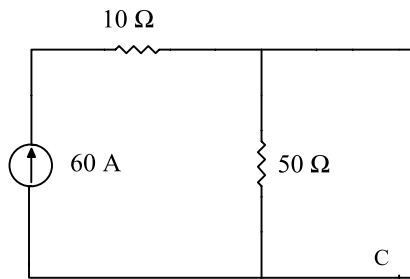
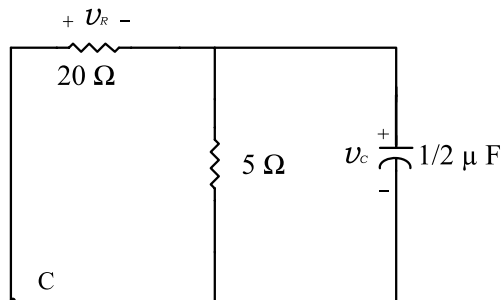


Figura 1.88

En la figura 1.88, el circuito de la izquierda no interfiere en los cálculos del circuito de la derecha, por lo que se puede separar en dos circuitos independientes (figura 1.89 (a) y (b)).



(a)

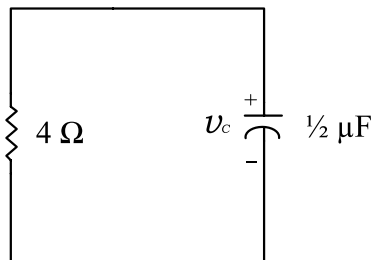


(b)

Figura 1.89 (a) y (b)

En la figura 1.89 (b), las resistencias de  $20 \Omega$  y  $5 \Omega$  se encuentran conectadas en paralelo con su  $R_{eq} = 4 \Omega$  como se muestra en la figura 1.90. Reduciendo el circuito de la figura 1.89 (b), tenemos la figura 1.90.

$$R_{eq} = \frac{(20)(5)}{20 + 5} = 4 \Omega$$



**Figura 1.90**

La figura 1.90 es un circuito RC sin fuentes cuya fórmula es:

$$v_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC = (4)(0.5 \times 10^{-6}) = 2 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{\tau} = 500000$$

$v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+) = V_0 = 200$  Volt, debido a que el capacitor no permite cambios bruscos de voltaje.

$$v_c(t) = 200 e^{-500000 t} \text{ V}$$

En la figura 1.89 (b):

$$v_R(t) = -v_C(t)$$

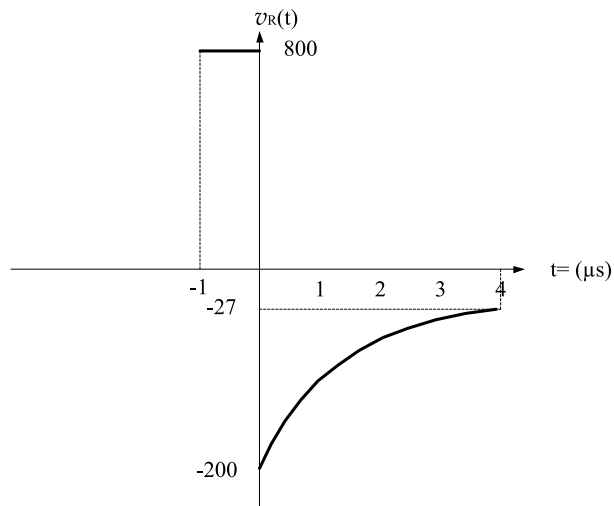
$$v_R(t) = -200 e^{-500000 t} \text{ V} \quad (1-15)$$

$$v_R(t = 4\mu\text{s}) = -200 e^{-500000(4 \times 10^{-6})}$$

$$v_R(t = 4\mu\text{s}) = -27.10 \text{ V}$$

$$v_R(0) = -200 e^0 = -200 \text{ V}$$

La figura 1.91 muestra la gráfica de la ecuación (1-15) con sus condiciones iniciales:



**Figura 1.91.** Gráfico de  $v_R(t)$  vs.  $t$

**Problema 26:** “Dedúzcase una expresión para  $v_C(t)$  en la figura 1.92 que sea válida para  $t < 0$  y  $t > 0$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 174).

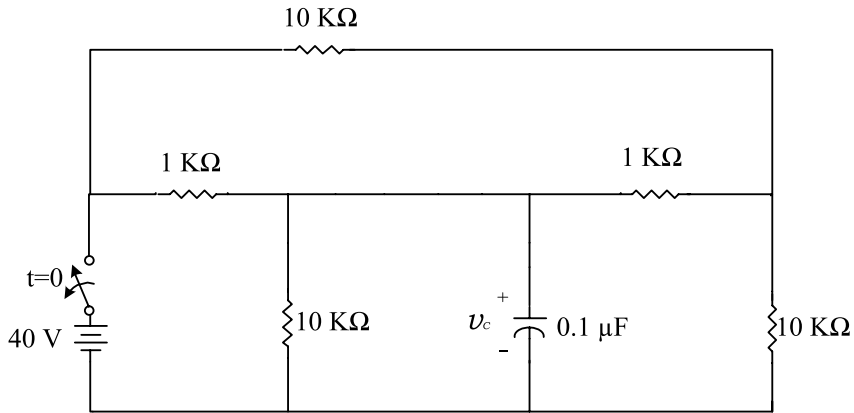


Figura 1.92

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 1.92, el interruptor está cerrado tal como se muestra en la figura 1.93. El capacitor se abre, debido a las condiciones de estado estable y corriente continua de la fuente de 40 V. Se utiliza el análisis de mallas y se plantean las ecuaciones.

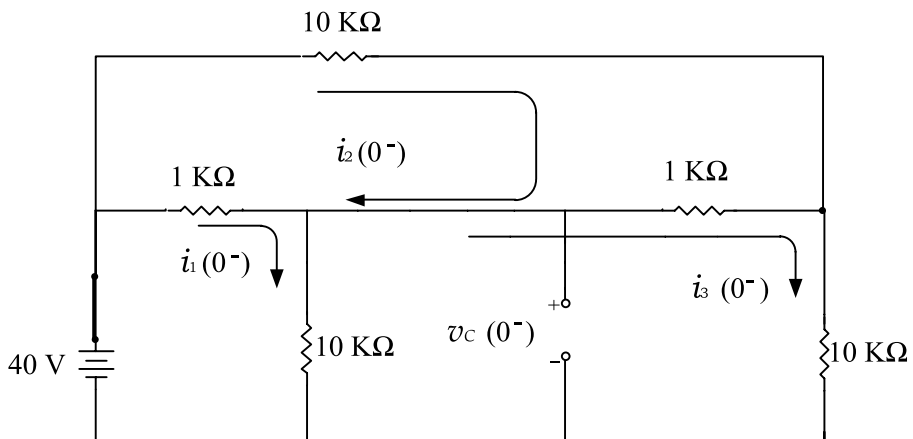


Figura 1.93

MALLA 1

Se asume que la corriente de malla  $I_1$  polariza de más (+) a menos (−) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de  $I_1$ , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-40 + 1000[i_1(0^-) - i_2(0^-)] + 10000 [i_1(0^-) - i_3(0^-)] = 0$$

$$-40 + 1000 i_1(0^-) - 1000 i_2(0^-) + 10000 i_1(0^-) - 10000 i_3(0^-) = 0$$

$$11000 i_1(0^-) - 1000 i_2(0^-) - 10000 i_3(0^-) = 40 \quad (1-16)$$

MALLA 2

Se asume que la corriente de malla  $I_2$  polariza de más (+) a menos (−) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de  $I_2$ , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-10000i_2(0^-) + 1000[i_2(0^-) - i_3(0^-)] + 1000 [i_2(0^-) - i_1(0^-)] = 0$$

$$-10000i_2(0^-) + 1000 i_2(0^-) - 1000i_3(0^-) + 1000 i_2(0^-) - 1000i_1(0^-) = 0$$

$$-1000 i_1(0^-) + 8000 i_2(0^-) - 1000i_3(0^-) = 0 \quad (1-17)$$

MALLA 3

Se asume que la corriente de malla  $I_3$  polariza de más (+) a menos (−) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de  $I_3$ , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.



$$1000[i_3(0^-) - i_2(0^-)] + 10000 i_3(0^-) + 10000[i_3(0^-) - i_1(0^-)] = 0$$

$$1000 i_3(0^-) - 1000 i_2(0^-) + 10000 i_3(0^-) + 10000 i_3(0^-) - 10000 i_1(0^-) = 0$$

$$-10000 i_1(0^-) - 1000 i_2(0^-) + 21000 i_3(0^-) = 0 \quad (1-18)$$

Con las ecuaciones (1-16), (1-17) y (1-18) se plantea el sistema de determinantes,

$$i_1(0^-) = \frac{\begin{vmatrix} 40 & -1000 & -10000 \\ 0 & 8000 & -1000 \\ 0 & -1000 & 21000 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11000 & -1000 & -10000 \\ -1000 & 8000 & -1000 \\ -10000 & -1000 & 21000 \end{vmatrix}}$$

$$i_1(0^-) = \frac{6.68 \times 10^9}{1.837 \times 10^{12} - 3.1 \times 10^{10} - 8.1 \times 10^{11}}$$

$$i_1(0^-) = \frac{6.68 \times 10^9}{9.96 \times 10^{11}} = 6.71 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$i_1(0^-) = 6.71 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$i_3(0^-) = \frac{\begin{vmatrix} 11000 & -1000 & 40 \\ -1000 & 8000 & 0 \\ -10000 & -1000 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11000 & -1000 & -10000 \\ -1000 & 8000 & -1000 \\ -10000 & -1000 & 21000 \end{vmatrix}}$$

$$i_3(0^-) = \frac{0 + 0 + 40(1000000 + 80000000)}{9.96 \times 10^{11}}$$

$$i_3(0^-) = \frac{3240000000}{9.96 \times 10^{11}} = 3.253 \times 10^{-3}$$

$$i_3(0^-) = 3.253 \times 10^{-3} \text{ A}$$

En la figura 1.93, se aplica la Ley de Ohm:

$$v_c(0^-) = 10000 [i_1(0^-) - i_3(0^-)]$$

$$v_c(0^-) = 10000 [6.71 \times 10^{-3} - 3.253 \times 10^{-3}]$$

$$v_c(0^-) = 34.57 \text{ V}$$

Para  $t > 0$ , en la figura 1.92, el interruptor está abierto tal como se muestra en la figura 1.94. En esta figura, se retira el capacitor para encontrar el equivalente de Thévenin como se muestra en la figura 1.95 (a).

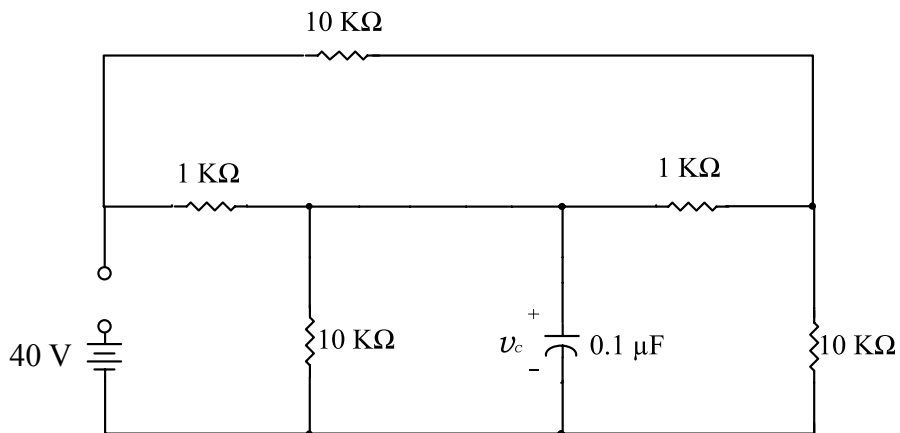
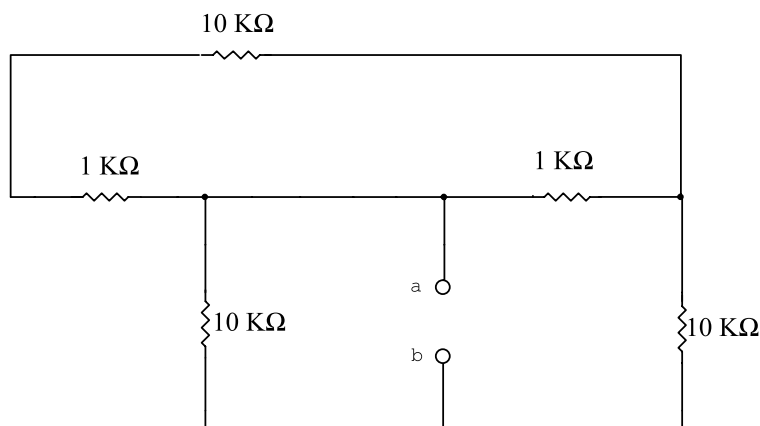
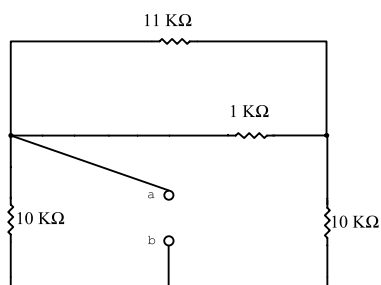


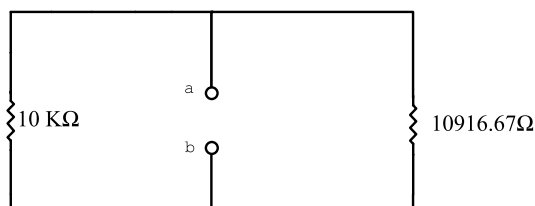
Figura 1.94



(a)



(b)



(c)

**Figura 1.95.** (a), (b) y (c)

En la figura 1.95 (a), las resistencias de  $10\text{ K}\Omega$  y  $1\text{ K}\Omega$  están en serie con su equivalente a  $11\text{ K}\Omega$ , cuyo circuito es el de la figura 1.95 (b). Las resistencias de  $11\text{ K}\Omega$  y  $1\text{ K}\Omega$  están en paralelo con su equivalente  $R_{eq1} = 916.667\ \Omega$ . Esta está conectada en serie con la resistencia de  $10\text{ K}\Omega$  con su equivalente  $R_{eq2} = 10916.67\ \Omega$ . Finalmente, las resistencias de  $10\text{ K}\Omega$  y  $10916.67\ \Omega$  están conectadas en paralelo con su  $R_{eq3} = 5219.124\ \Omega$ , que se muestra en el circuito de la figura 1.95 (c).

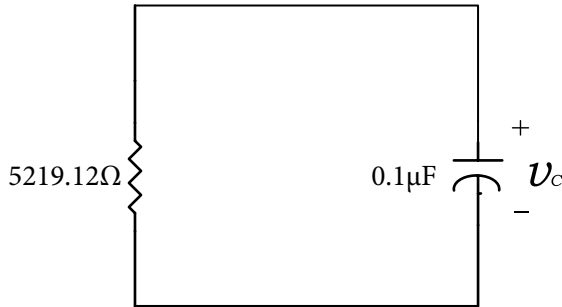
$$Req1 = \frac{(11000)(1000)}{11000 + 1000} = 916.667 \Omega$$

$$Req2 = 916.667 + 10000 = 10916.67 \Omega$$

$$Req3 = \frac{(10000)(10916.67)}{10000 + 10916.67} = 5219.124 \Omega$$

La resistencia  $Rab = Req_3 = R_{TH} = 5219.124 \Omega$

El equivalente Thévenin está en la figura 1.96.



**Figura 1.96**

La figura 1.96 es un circuito RC sin fuentes cuya ecuación es la siguiente:

$$v_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC = (5219.124)(0.1 \times 10^{-6}) = 5.129 \times 10^{-4}$$

$$\frac{1}{\tau} = 1916.03$$

$v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+) = V_0 = 34.21 \text{ V}$ , debido a que el capa-

El interruptor no permite cambios bruscos de voltaje.

$$v_C(t) = 34.57 e^{-1916.03 t} \text{ V}$$

$$a) v_C(0^-) = 3471 \text{ V}$$

$$b) v_C(t) = 34.57 e^{-1916.03 t} \text{ V}$$

**Problema 27:** “El interruptor de la figura 1.97 ha estado cerrado durante mucho tiempo. Grafíquese  $v_x$  contra  $t$  para  $-1 < t < 3 \text{ s}$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 174).

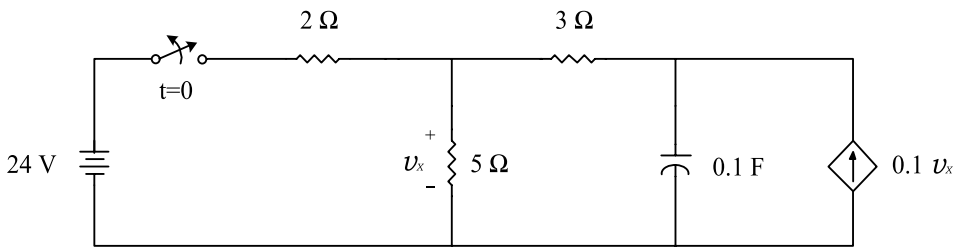


Figura 1.97

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 1.97, el interruptor está cerrado tal como se muestra en la figura 1.98. El capacitor se abre debido a las condiciones de estado estable y corriente continua de la fuente de 24 V. Se utiliza el análisis de mallas, la fuente dependiente de corriente se abre. Se plantean las ecuaciones.

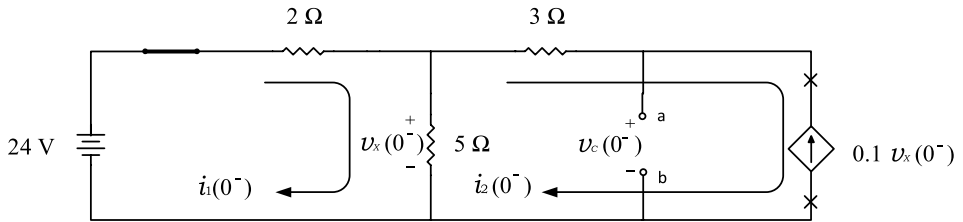


Figura 1.98

MALLA 1

Se asume que la corriente de malla  $i_1(0^-)$  polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de  $i_1(0^-)$ , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-24 + 2 i_1(0^-) + 5[i_1(0^-) - i_2(0^-)] = 0$$

$$-24 + 2 i_1(0^-) + 5 i_1(0^-) - 5 i_2(0^-) = 0$$

$$7i_1(0^-) - 5i_2(0^-) = 24 \quad (1-19)$$

En la fuente dependiente:

$$i_2(0^-) = -0.1v_x(0^-)$$

$$v_x(0^-) = 5[i_1(0^-) - i_2(0^-)]$$

$$v_x(0^-) = 5 i_1(0^-) - 5 i_2(0^-)$$

$$i_2(0^-) = -0.1[5 i_1(0^-) - 5 i_2(0^-)]$$

$$i_2(0^-) = -0.5 i_1(0^-) + 0.5 i_2(0^-)$$

$$i_2(0^-) + 0.5 i_1(0^-) - 0.5 i_2(0^-) = 0$$

$$0.5 i_1(0^-) + 0.5 i_2(0^-) = 0 \quad (1-20)$$

Con las ecuaciones (1-19) y (1-20), se plantea el sistema de determinantes:

$$i_1(0^-) = \frac{\begin{vmatrix} 24 & -5 \\ 0 & 0.5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -5 \\ 0.5 & 0.5 \end{vmatrix}} = \frac{12 - 0}{3.5 + 2.5} = \frac{12}{6} = 2$$

$$i_1(0^-) = 2 \text{ A}$$

En la ecuación (1-20):

$$0.5 i_2(0^-) = -0.5 i_1(0^-)$$

$$i_2(0^-) = -i_1(0^-)$$

$$i_2(0^-) = -2 \text{ A}$$

En la figura 1.98, en la resistencia de  $5 \Omega$ , se aplica la Ley de Ohm:

$$v_X(0^-) = 5[i_1(0^-) - i_2(0^-)]$$

$$v_X(0^-) = 5[2 - (-2)] = 5(4) = 20$$

$$v_X(0^-) = 20 \text{ Volt}$$

En el LAZO central de la figura 1.98, se aplica la LVK:

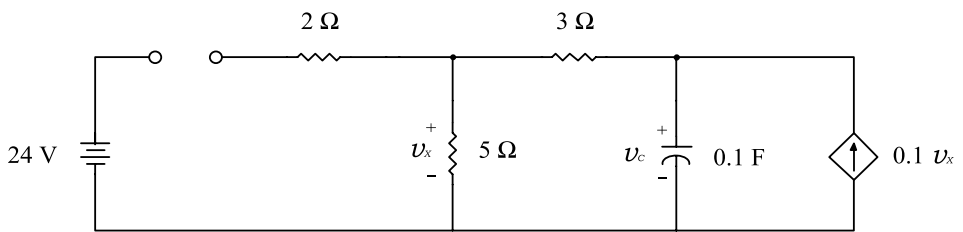
$$-v_x(0^-) + 3i_2(0^-) + v_c(0^-) = 0$$

$$-20 + 3(-2) + v_c(0^-) = 0$$

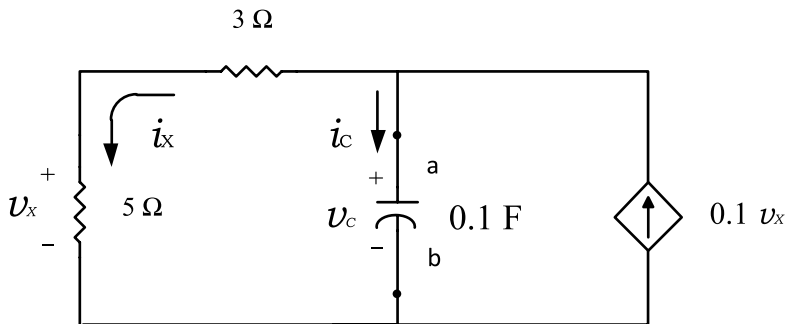
$$-20 - 6 + v_c(0^-) = 0$$

$$v_c(0^-) = 26 \text{ V}$$

Para  $t > 0$ , en la figura 1.97, el interruptor está abierto tal como se muestra en la figura 1.99 (a), la fuente de 24 V y la resistencia de  $2 \Omega$  se retiran del circuito, ya que no afectan en las respuestas de voltajes  $v_c(t)$  y  $v_x(t)$  que se desean obtener. El circuito se muestra en la figura 1.99 (b).



(a)

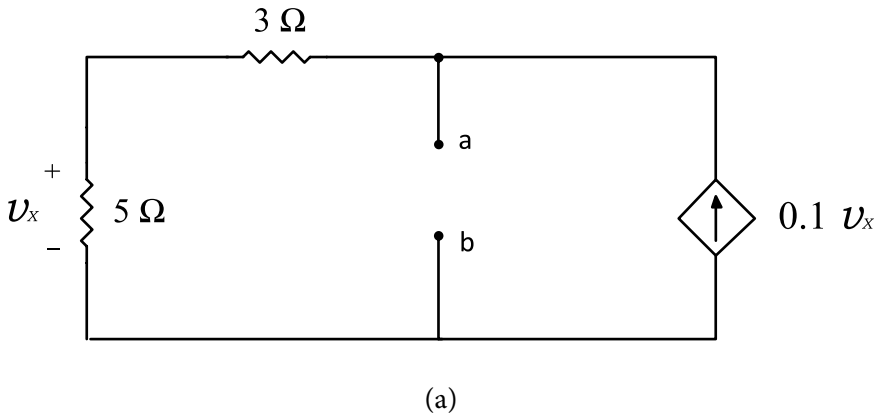


(b)

Figura 1.99 (a) y (b)



En la Figura 1.99 (b), se retira el capacitor para calcular la resistencia de Thévenin como se indica en la figura 1.100 (a).



**Figura 1.100** (a) y (b)

En la Figura 1.100 (a), se encuentra el equivalente de Thevenin, debido a que, en este circuito, no existen fuentes independientes, el voltaje  $V_{TH} = 0$ . Para calcular la resistencia de Thévenin en los puntos a-b, se pone una fuente de corriente de 1 A entrando por el terminal de mayor tensión, en este caso el punto a, tal como se muestra en la figura 1.100 (b). Con esto se logra excitar a la fuente dependiente de corriente para determinar la resistencia  $R_{ab}$ . Se utiliza el análisis de mallas, se abren las dos fuentes independiente y dependiente de corriente y se plantean las ecuaciones pertinentes.

En la fuente independiente de 1 A:

$$i_2 - i_1 = 1$$

$$i_2 = i_1 + 1$$

En la resistencia de  $5 \Omega$ , se aplica la Ley de Ohm:

$$v_x = -5i_1$$

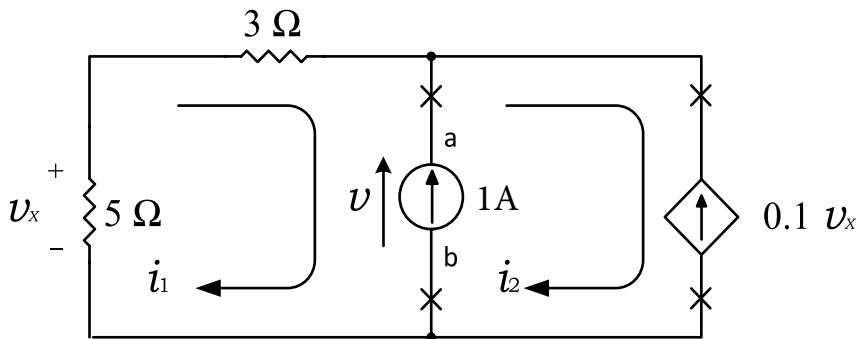
En la fuente dependiente de corriente de  $0.1v_x$ :

$$i_2 = -0.1 v_x$$

Reemplazando  $v_x$ :

$$i_2 = -0.1(-5 i_1)$$

$$i_2 = 0.5 i_1$$



(b)

Figura 1.100 (b)

$$i_1 = \frac{i_2}{0.5}$$

$$i_1 = 2 i_2$$

$$i_1 = 2(i_1 + 1)$$

$$i_1 = 2i_1 + 2$$

$$i_1 = -2 \text{ A}$$

En la figura 1.100 (b), en el lazo de la izquierda, se aplica la LVK:

$$5i_1 + 3i_1 + v = 0$$

$$8i_1 + v = 0$$

$$v = -8 i_1$$

$$v = -8(-2)$$

$$v = 16 \text{ V}$$

$$R_{ab} = R_{TH} = \frac{v}{i} = \frac{16}{1} = 16 \Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin, incluido el capacitor, se muestra en la figura 1.101. Este es un circuito RC sin fuentes y su ecuación de voltaje en el capacitor es:

$$v_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC = (16)(0.1) = 1.6 \text{ seg}$$

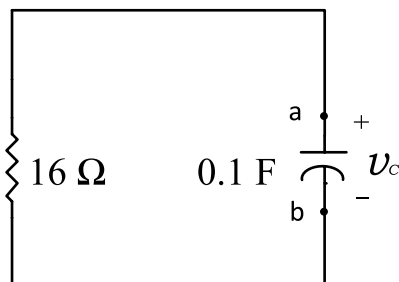


Figura 1.101

$$\frac{1}{\tau} = 0.625$$

$v_C(0^-) = v_C(0) = v_C(0^+) = V_0 = 26 \text{ Volt}$  , debido a que el capacitor no permite cambios bruscos de voltaje.

$$v_C(t) = 26 e^{-0.625 t} \text{ V}$$

Por definición, la corriente en el capacitor es:

$$i_C(t) = C \frac{dv_C}{dt}$$

$$i_C(t) = 0.1 \frac{d}{dt} (26 e^{-0.625 t})$$

$$i_C(t) = (0.1)(26)(-0.625)(e^{-0.625 t})$$

$$i_C(t) = -1.625 e^{-0.625 t} \text{ A}$$

En la figura 1.99 (b), en el nodo superior se aplica la Ley de Corriente de Kirchhoff (LCK):

$$+ i_X + i_C - 0.1 v_X = 0$$

Aplicando la Ley de Ohm:

$$v_X = 5i_X$$

$$i_X + i_C - 0.1(5i_X) = 0$$

$$i_X + i_C - 0.5i_X = 0$$

$$0.5 i_X + i_C = 0$$

$$i_X = -\frac{i_C}{0.5}$$

Expresando en función del tiempo:

$$i_X(t) = -\frac{1}{0.5} i_C(t)$$

$$i_X(t) = -2(-1.625 e^{-0.625 t})$$

$$i_X(t) = 3.25 e^{-0.625 t}$$

En la figura 1.99 (b), Ley de Ohm:

$$v_X = 5i_X$$

$$v_X = 5(3.25 e^{-0.625 t})$$

$$v_X(t) = 16.25 e^{-0.625 t} \quad (1-21)$$

Evaluando en  $t = 0$ :

$$v_X(0) = 16.25 e^0$$

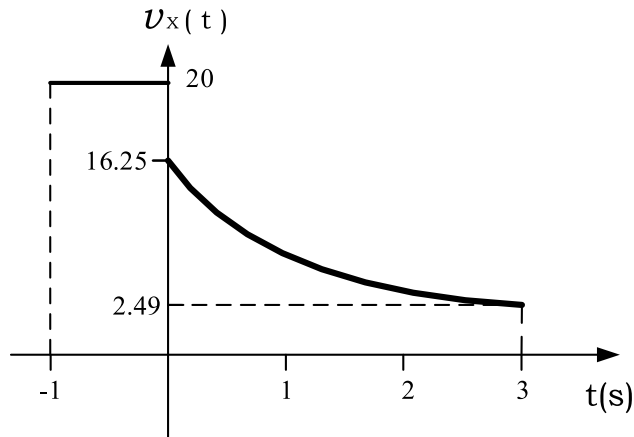
$$v_X(0) = 16.25 \text{ V}$$

Evaluando en  $t = 3 \text{ seg}$ :

$$v_X(t = 3 \text{ seg}) = 16.25 e^{-0.625(3)}$$

$$v_X(t = 3 \text{ seg}) = 2.49 \text{ V}$$

La figura 1.102 muestra la gráfica de la ecuación (1-21) del rango de  $t = 0$  hasta  $t = 3$ seg, incluidas las condiciones iniciales desde  $-1$  seg.



**Figura 1.102**

**Problema 28:** “El interruptor de la figura 1.103 se mueve de A a B en  $t = 0$  después de haber estado en A durante mucho tiempo. Esto pone en serie a los dos capacitores, permitiendo que voltajes de cd iguales y opuestos queden atrapados en los capacitores. a) Calcúlese  $v_{c1}(0^-)$  y  $v_{c2}(0^-)$ . b) Calcúlese  $v_{c1}(0^+)$ ,  $v_{c2}(0^+)$  y  $v_R(0^+)$ . c) Calcúlese la constante de tiempo de  $v_R(t)$ . d) Calcúlese  $v_R(t)$  para  $t > 0$ . e) Calcúlese  $i(t)$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 174).

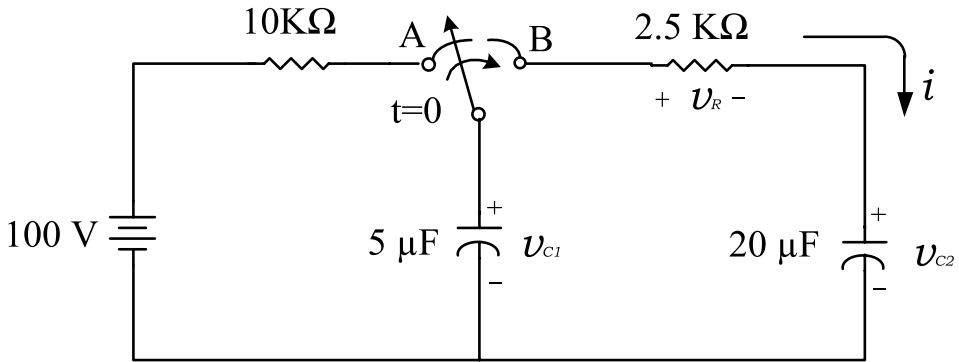


Figura 1.103

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 1.103, el interruptor está cerrado en el borne A tal como se muestra en la figura 1.104. El capacitor uno está abierto debido a las condiciones de estado estable y corriente continua de la fuente de 100 V, y por el capacitor dos no circula ninguna corriente, siendo esta igual a cero. A continuación se plantean las ecuaciones:

$$v_R(0^-) = 0 \text{ V}$$

$$i(0^-) = 0 \text{ A}$$

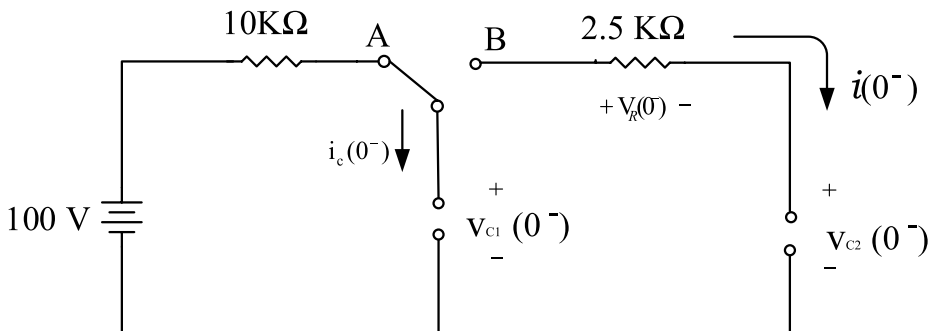


Figura 1.104

Respuesta a)

$$v_{c2}(0^-) = 0 \text{ V}$$

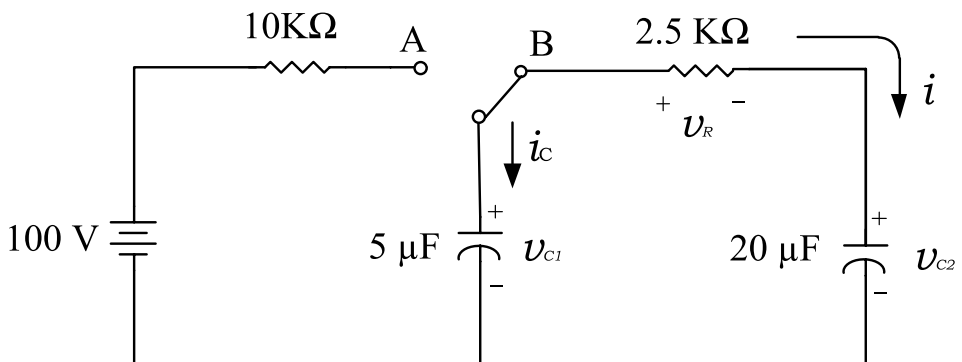
$$v_{c1}(0^-) = 100 \text{ V}$$

Para  $t > 0$ , en la figura 1.103, el interruptor está cerrado en el borne B tal como se muestra en la figura 1.105 (a). La fuente de 100 V y la resistencia de  $10 \text{ K}\Omega$  no afectan en los cálculos del circuito de la derecha como se muestra en la figura 1.105 (b). En este circuito, los dos capacitores están conectados en serie y su  $C_{eq} = 4 \mu\text{F}$  como se muestra en la figura 1.106. El cálculo se presenta a continuación:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

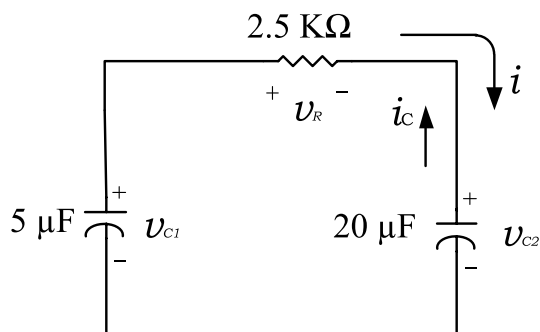
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{4+1}{20} = \frac{5}{20}$$

$$C_{eq} = \frac{20}{5} = 4 \mu\text{F}$$



(a)





(b)

Figura 1.105 (a) y (b)

La figura 1.106 es un circuito RC sin fuentes y su ecuación de voltaje en el capacitor es:

$$v_C(t) = 100 e^{-100 t}$$

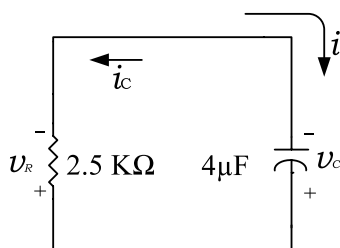


Figura 1.106

Respuesta b)

$v_{C1}(0^-) = v_{C1}(0) = v_{C1}(0^+) = 100 \text{ V}$  , debido a que el capacitor no permite cambios bruscos de voltaje.

$v_{C2}(0^-) = v_{C2}(0) = v_{C2}(0^+) = 0$  , debido a que el capacitor no

permite cambios bruscos de voltaje.

$$v_C(0^+) = v_{C1}(0^+) - v_{C2}(0^+), \text{ capacitor equivalente.}$$

$$v_C(0^+) = 100 - 0$$

$$v_C(0^+) = 100 \text{ V}$$

$$\tau = RC = (2500)(4 \times 10^{-6}) = 0.01 \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 100$$

$$v_C(t) = 100 e^{-100 t} \text{ V}$$

Para demostrar que,  $v_{C1}(0^+) = 100 \text{ V}$  y  $v_{C2}(0^+) = 0$ ; esto es:

$$v_{C1}(0^-) = v_{C1}(0) = v_{C1}(0^+) = 100 \text{ V}$$

$$v_{C2}(0^-) = v_{C2}(0) = v_{C2}(0^+) = 0$$

Se procede a realizar el siguiente cálculo:

Por definición, la corriente en el capacitor equivalente es:

$$i_C(t) = C \frac{dv_C}{dt}$$

$$i_C(t) = 4 \times 10^{-6} \frac{d}{dt} (100 e^{-100 t})$$

$$i_C(t) = (4 \times 10^{-6})(100)(-100)(e^{-100 t})$$

$$i_C(t) = -0.04 e^{-100 t}$$

$$i_C(t) = -40 e^{-100 t} \text{ mA}$$

En la figura 1.105 (b), la corriente en el capacitor uno es:

$$i_C(t) = C_1 \frac{dv_{C1}}{dt}$$

$$v_{C1} = \frac{1}{C_1} \int_0^t i_C(t) dt + v_{C1}(0^-)$$

$$v_{C1} = \frac{1}{5 \times 10^{-6}} \int_0^t (-0.04 e^{-100t}) dt + v_{C1}(0^-)$$

$$v_{C1} = -8000 \int_0^t (e^{-100t}) dt + v_{C1}(0^-)$$

$$v_{C1} = \frac{8000}{100} [e^{-100t}]_0^t + v_{C1}(0^-)$$

$$v_{C1} = 80 [e^{-100t} - e^0] + v_{C1}(0^-)$$

$$v_{C1} = 80 [e^{-100t} - 1] + 100$$

$$v_{C1}(t=0) = 80 (e^0 - 1) + 100$$

$$v_{C1}(0) = 100 \text{ Volt, voltaje } v_{C1}(0^+)$$

$$v_{C1}(0^+) = v_C(0) = 100 \text{ Volt}$$

En la figura 1.105 (b), el voltaje en el capacitor dos es:

$$v_{C2} = -\frac{1}{C_2} \int_0^t i_C(t) dt + v_{C2}(0^-)$$

$$v_{C2} = -\frac{1}{20 \times 10^{-6}} \int_0^t (-0.04 e^{-100t}) dt + v_{C2}(0^-)$$

$$v_{C2} = -2000 \int_0^t (e^{-100t}) dt + v_{C2}(0^-)$$

$$v_{C2} = -\frac{2000}{-100} [e^{-100t}]_0^t + v_{C2}(0^-)$$

$$v_{C2} = 20 [e^{-100t} - e^0] + v_{C2}(0^-)$$

$$v_{C2}(t = 0) = 2[e^0 - e^0] + 0 = 0$$

$$v_{C2}(0^+) = v_{C2}(0) = 0 \text{ V}$$

Con esto queda demostrado lo que se dijo anteriormente que el voltaje en el capacitor es continuo en los alrededores de la interrupción.

Respuesta d)

En la figura 1.106:

$$v_C - v_R = 0$$

$$v_C = v_R$$

$$v_R(t) = v_C(t) = 100 e^{-100t}$$

$$v_R(t) = 100 e^{-100t}$$

$$v_R(0) = 100$$

$$v_R(0^+) = v_R(0) = 100 \text{ V}$$

c).  $v_R(0^+) = 100 \text{ V}$  , con esto se concluye con las respuestas del literal

$$i = -i_C$$

$$i(t) = -i_c(t)$$

$$i(t) = -(-40 e^{-100t}) \text{ mA}$$

$$i(t) = 40 e^{-100t} \text{ mA}$$

**Problema 29:** “El interruptor de la figura 1.107 se abre en  $t = 0$  después de haber estado cerrado durante un tiempo muy grande. Calcúlese  $v_{30}(t)$  para  $t > 0$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 174).

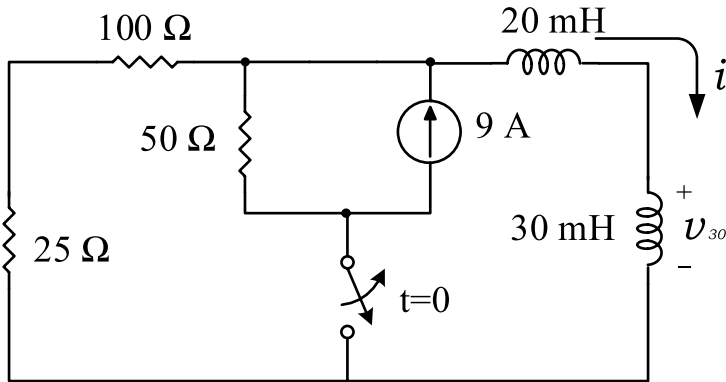


Figura 1.107

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 1.107, el interruptor está cerrado tal como se muestra en la figura 1.108. Los dos inductores se comportan como un cortocircuito, debido a las condiciones de estado estable y corriente continua de la fuente de 9 A. A continuación se plantean las ecuaciones:

$$i(0^-) = 9 \text{ A}$$

$$v_{30}(0^-) = 0$$

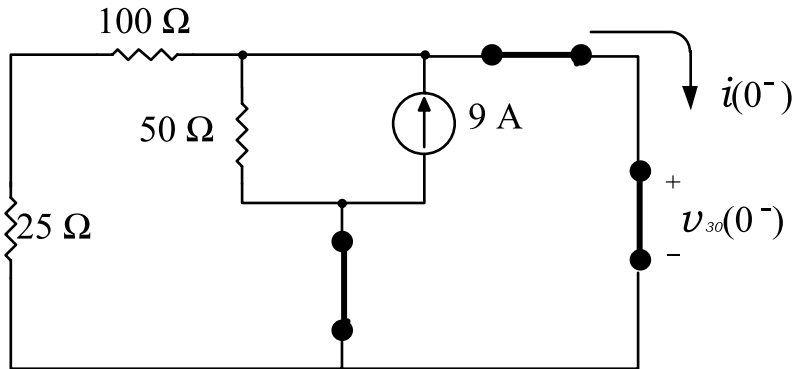
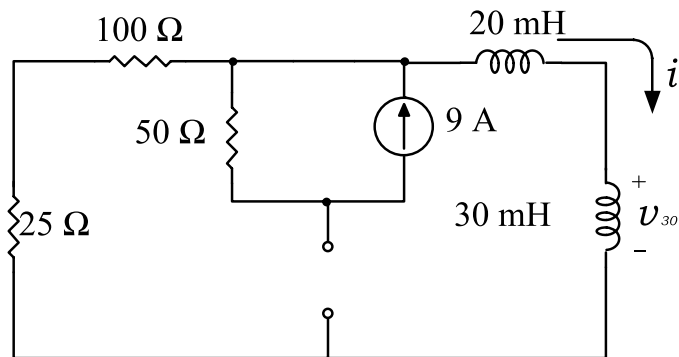
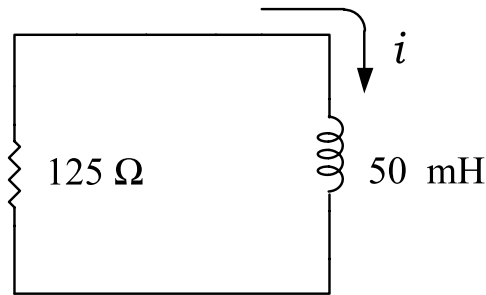


Figura 1.108

Para  $t > 0$ , en la figura 1.107, el interruptor está abierto tal como se muestra en la figura 1.109 (a). La corriente de la fuente de 9 A queda atrapado en la resistencia de  $50 \Omega$ , por lo que no afecta al circuito externo. Las resistencias de  $25 \Omega$  y  $100 \Omega$  están en serie con su equivalente de  $125 \Omega$ . Las dos inductancias están en serie con su equivalente de  $50 \text{ mH}$ . El circuito final se muestra en la figura 1.109 (b), corresponde a un circuito RL sin fuentes.



(a)



(b)

Figura 1.109 (a) y (b)

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{50 \times 10^{-3}}{125} = 4 \times 10^{-4} \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 2500$$

$$i(0^-) = i(0) = i(0^+) = I_0 = 9 \text{ A}$$

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = 9 e^{-2500 t}$$

En la figura 1.109 (a):

$$v_{30} = L \frac{di}{dt}$$

$$v_{30} = 30 \times 10^{-3} \frac{d}{dt} (9e^{-2500 t})$$

$$v_{30}(t) = (30 \times 10^{-3}) (9) (-2500) e^{-2500 t}$$

$$v_{30}(t) = -675 e^{-2500 t}$$

**Problema 30:** “El circuito mostrado en la figura 1.110 ha estado operando con la configuración mostrada durante un tiempo muy largo. En  $t = 0$ , una pieza floja de alambre de cobre cae sobre el circuito poniendo en cortocircuito las terminales superiores de cuatro elementos, como se indica. Entonces calcúlese  $i_L(t)$  para  $t > 0$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 175).

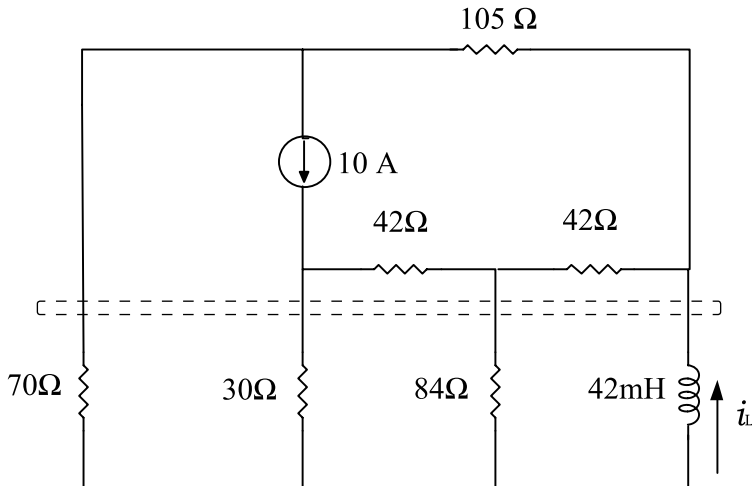


Figura 1.110

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 1.110, el alambre aún no ha cortocircuitado los cuatro elementos como lo indica la figura 1.111. Se utiliza el análisis de mallas para calcular la corriente inicial en el inductor.



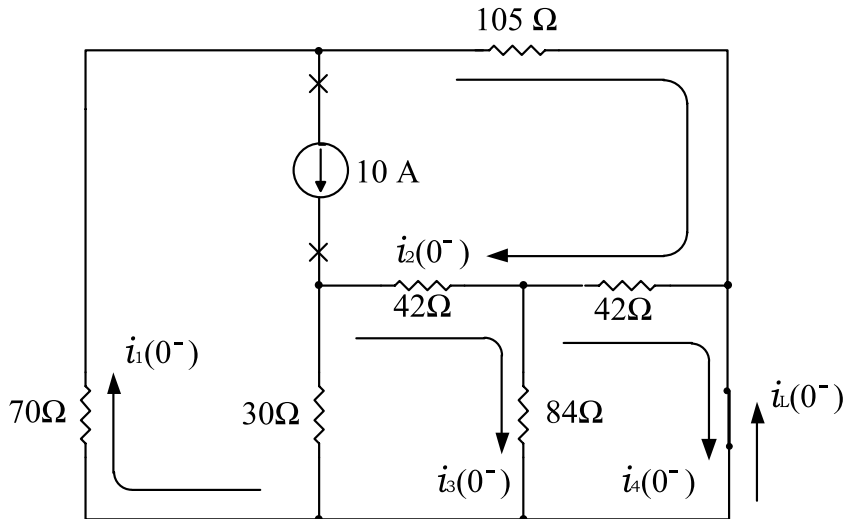


Figura 1.111

La fuente de 10 A se abre, las mallas 1 y 2 forman una supermalla. A continuación se plantean las ecuaciones:

### SUPERMALLA

Se asume que las corrientes de mallas  $i_1(0^-)$  e  $i_2(0^-)$  polarizan de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de  $i_1(0^-)$  e  $i_2(0^-)$ , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y en cada elemento pasivo la Ley de Ohm.

$$\begin{aligned}
 &70i_1(0^-) + 105i_2(0^-) + 42[i_2(0^-) - i_4(0^-)] + \\
 &+ 42[i_2(0^-) - i_3(0^-)] + 30[i_1(0^-) - i_3(0^-)] = 0 \\
 &70i_1(0^-) + 105i_2(0^-) + 42i_2(0^-) - 42i_4(0^-) + 42i_2(0^-) \\
 &- 42i_3(0^-) + 30i_1(0^-) - 30i_3(0^-) = 0
 \end{aligned}$$

$$100 i_1(0^-) + 189 i_2(0^-) - 72 i_3(0^-) - 42 i_4(0^-) = 0 \quad (1-22)$$

### MALLA 3

Se asume que la corriente de malla  $i_3(0^-)$  polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de  $i_3(0^-)$ , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la LVK y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm

$$\begin{aligned} 30 [i_3(0^-) - i_1(0^-)] + 42 [i_3(0^-) - i_2(0^-)] + 84 [i_3(0^-) - i_4(0^-)] &= 0 \\ 30 i_3(0^-) - 30 i_1(0^-) + 42 i_3(0^-) - 42 i_2(0^-) + 84 i_3(0^-) - 84 i_4(0^-) &= 0 \\ -30 i_1(0^-) - 42 i_2(0^-) + 156 i_3(0^-) - 84 i_4(0^-) &= 0 \end{aligned} \quad (1-23)$$

### MALLA 4

Se asume que la corriente de malla  $i_4(0^-)$  polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de  $i_4(0^-)$ , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la LVK y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$\begin{aligned} 42 [i_4(0^-) - i_2(0^-)] + 84 [i_4(0^-) - i_3(0^-)] &= 0 \\ 42 i_4(0^-) - 42 i_2(0^-) + 84 i_4(0^-) - 84 i_3(0^-) &= 0 \\ -42 i_2(0^-) - 84 i_3(0^-) + 126 i_4(0^-) &= 0 \end{aligned} \quad (1-24)$$

En la fuente de 10 A:

$$i_1(0^-) - i_2(0^-) = 10$$

$$i_1(0^-) = 10 + i_2(0^-) \quad (1-25)$$

La ecuación (1-25) se reemplaza en la ecuación (1-22):

$$\begin{aligned} 100 [10 + i_2(0^-)] + 189 i_2(0^-) - 72 i_3(0^-) - 42 i_4(0^-) &= 0 \\ 1000 + 100 i_2(0^-) + 189 i_2(0^-) - 72 i_3(0^-) - 42 i_4(0^-) &= 0 \\ 289 i_2(0^-) - 72 i_3(0^-) - 42 i_4(0^-) &= -1000 \end{aligned} \quad (1-26)$$

La ecuación (1-25) se reemplaza en la ecuación (1-23):

$$\begin{aligned} -30 [10 + i_2(0^-)] - 42 i_2(0^-) + 156 i_3(0^-) - 84 i_4(0^-) &= 0 \\ -300 - 30 i_2(0^-) - 42 i_2(0^-) + 156 i_3(0^-) - 84 i_4(0^-) &= 0 \\ -72 i_2(0^-) + 156 i_3(0^-) - 84 i_4(0^-) &= 300 \end{aligned} \quad (1-27)$$

Con las ecuaciones (1-24), (1-26) y (1-27), se plantea el sistema de determinantes:

$$i_4(0^-) = \frac{\begin{vmatrix} -42 & -84 & 0 \\ 289 & -72 & -1000 \\ -72 & 156 & 300 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -42 & -84 & 126 \\ 289 & -72 & -42 \\ -72 & 156 & -84 \end{vmatrix}}$$

$$i_4(0^-) = \frac{-42(-21600 + 156000) + 84(86700 - 72000) + 0}{-42(6048 + 6552) + 84(-24276 - 3024) + 126(45084 - 5184)}$$

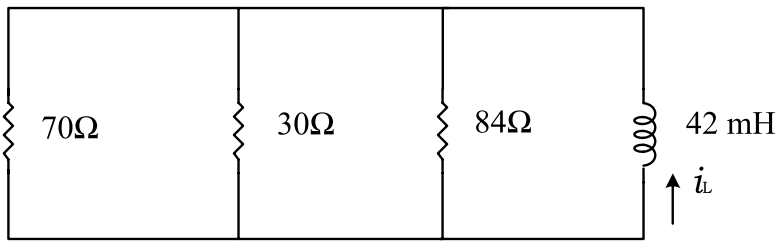
$$i_4(0^-) = \frac{-5644800 + 1234800}{-529200 - 2293200 + 5027400} = \frac{-4410000}{2205000}$$

$$i_4(0^-) = -2A$$

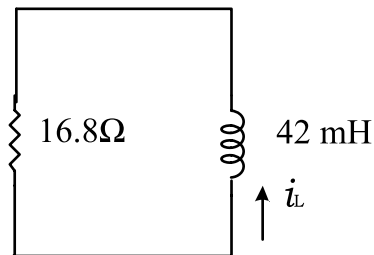
$$i_L(0^-) = -i_4(0^-) = -(-2)$$

$$i_L(0^-) = 2A$$

Para  $t > 0$ , en la figura 1.110, el alambre ha cortocircuitado los cuatro elementos como lo indica la figura 1.112 (a). Las resistencias de  $7\ \Omega$ ,  $30\ \Omega$  y  $84\ \Omega$  están en paralelo con su equivalente de  $R_{eq} = 16.8\ \Omega$  como se muestra en la figura 1.112 (b).



(a)



(b)

Figura 1.112 (a) y (b)

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{70} + \frac{1}{30} + \frac{1}{84}$$

$$\frac{1}{Req} = \frac{2520 + 5880 + 2100}{176400}$$

$$\frac{1}{Req} = \frac{10500}{176400}$$

$$Req = \frac{1764}{105} = 16.8 \Omega$$

La figura 1.112 es un circuito RL sin fuentes cuya fórmula es:

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{42 \times 10^{-3}}{16.8} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 400$$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 2 \text{ A}$$

$$i_L(t) = 2 e^{-400 t}$$

**Problema 31:** “a) Expresese a  $v_c(0^-)$  como una función de  $k$  en el circuito mostrado en la figura 1.113. b) Expresese a  $v_c(t)$  como una función de  $k$  para  $t > 0$ . c) Evalúense sus expresiones para  $k = 0$  y  $k = 10^{-3}$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 175).

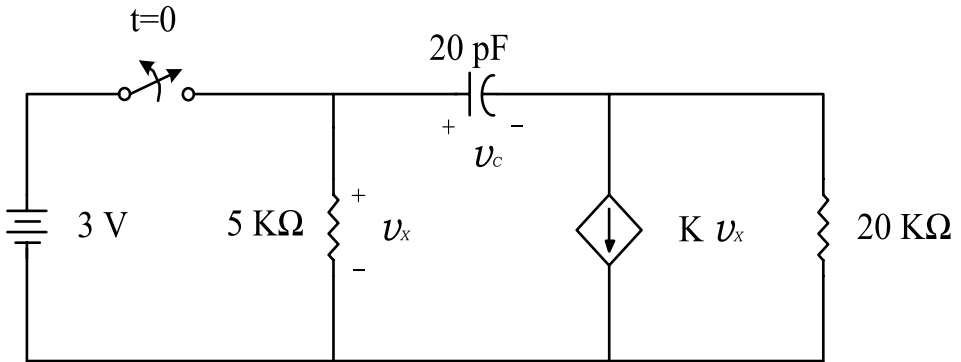


Figura 1.113

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 1.113, el interruptor está cerrado tal como se muestra en la figura 1.114. El capacitor se abre, debido a las condiciones de estado estable y corriente continua de la fuente de 3 V. A continuación se plantean las ecuaciones:

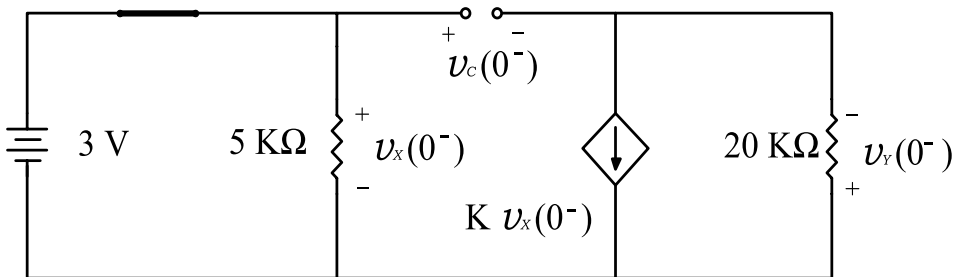


Figura 1.114

$$v_x(0^-) = 3 \text{ V}$$

$$v_y(0^-) = 20000 K v_x(0^-)$$

$$v_y(0^-) = 20000 K (3)$$

$$v_y(0^-) = 60000 K$$

LAZO interno de la figura 1.114:

$$-v_x(0^-) + v_c(0^-) - v_y(0^-) = 0$$

$$-3 + v_c(0^-) - 60000 K = 0$$

a)  $v_c(0^-) = 3 + 60000 K$

Para  $t > 0$ , en la figura 1.113, el interruptor está abierto tal como se muestra en la figura 1.115. La fuente de 3 V no afecta al circuito de la derecha, razón por la cual se retira y el circuito final se muestra en la figura 1.116. En esta figura se retira el capacitor para calcular la impedancia de Thévenin. En los puntos a-b se pone una fuente de corriente de 1 A entrando por el terminal de mayor potencial tal como se muestra en la figura 1.117, para excitar al circuito y hallar la resistencia  $R_{ab}$ :

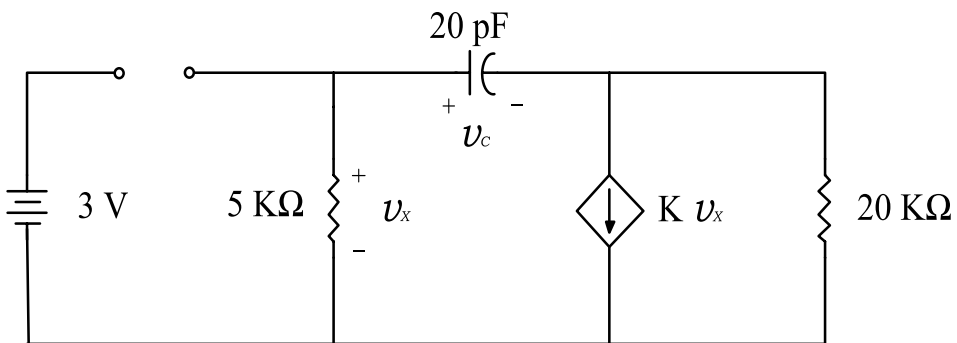


Figura 1.115

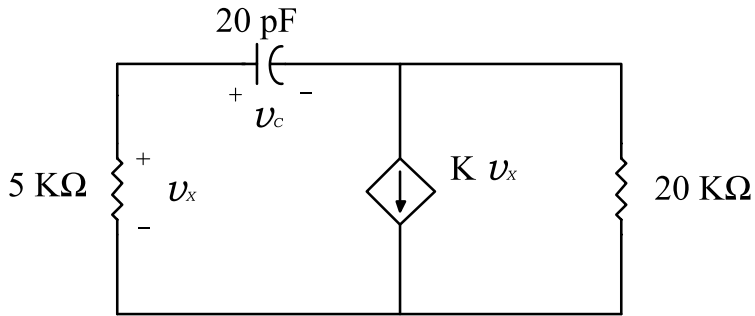


Figura 1.116

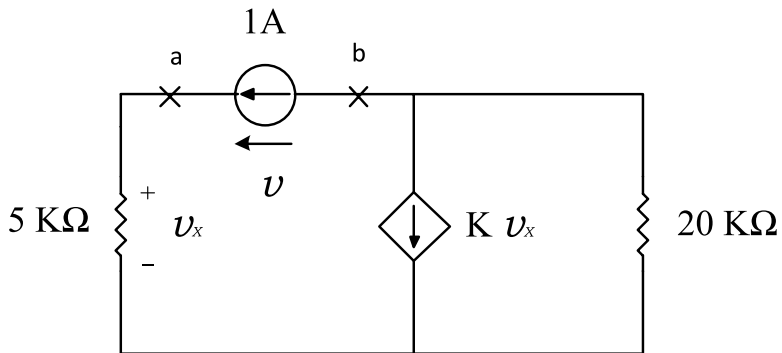


Figura 1.117

En la figura 1.117, se utiliza el análisis de nodos y, en cada nodo, se pone un potencial positivo con respecto al nodo de referencia (tierra), tal como se muestra en la figura 1.118. A continuación se plantean las ecuaciones de nodos.



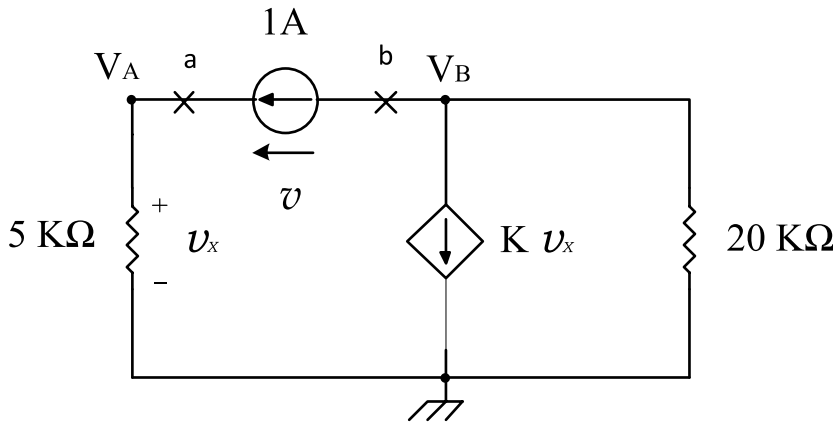


Figura 1.118

NODO A

Se asume que el nodo A es más positivo que los demás y se aplica la Ley de Corrientes de Kirchoff (LCK).

$$\frac{1}{5000}(V_A - 0) - 1 = 0$$

$$\frac{V_A}{5000} = 1$$

$$V_A = 5000$$

NODO B

Se asume que el nodo B es más positivo que los demás y se aplica la LCK.

$$1 + K v_x + \frac{1}{20000}(V_B - 0) = 0$$

$$v_X = (V_A - 0)$$

$$v_X = V_A$$

$$1 + KV_A + \frac{1}{20000}V_B = 0$$

$$1 + K(5000) + \frac{1}{20000}V_B = 0$$

$$\frac{1}{20000}V_B = -1 - 5000K$$

$$V_B = 20000(-1 - 5000K)$$

$$V_B = -20000 - 100\,000\,000K$$

$$v = V_A - V_B$$

$$v = 5000 - (-20\,000 - 100\,000\,000K)$$

$$v = 5000 + 20\,000 + 100\,000\,000K$$

$$v = 25\,000 + 100\,000\,000K$$

$$R_{TH} = \frac{V}{1} = \frac{25\,000 + 100\,000\,000K}{1}$$

$$R_{TH} = 25\,000 + 100\,000\,000K$$

El circuito equivalente de Thévenin, incluido el capacitor, se muestra en la figura 1.119. Este es un circuito RC con su voltaje igual a:

$$v_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

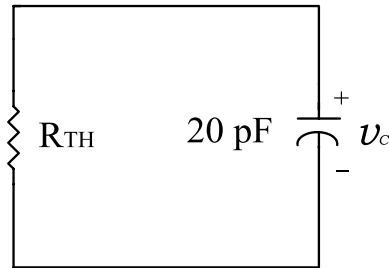


Figura 1.119

$$\tau = RC = R_{TH} C = (25000 + 100\,000\,000 K) (20 \times 10^{-12})$$

$$\tau = 5 \times 10^{-7} + 2 \times 10^{-3} K$$

$$v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+) = V_0 = 3 + 60\,000 K$$

$$b) v_c(t) = (3 + 60\,000 K) e^{-\frac{t}{5 \times 10^{-7} + 2 \times 10^{-3} K}} \quad \text{V}$$

c) Cuando  $K = 0$ :

$$v_c(t) = 3 e^{-\frac{t}{5 \times 10^{-7}}}$$

$$v_c(t) = 3 e^{-2\,000\,000 t}$$

Cuando  $K = 10^{-3}$  :

$$v_c(t) = [3 + 60\,000 (10^{-3})] e^{-\frac{t}{5 \times 10^{-7} + (2 \times 10^{-3})(10^{-3})}}$$

$$v_c(t) = 63 e^{-\frac{t}{2.5 \times 10^{-6}}}$$

$$v_c(t) = 63 e^{-400\,000 t} \quad \text{V}$$

**Problema 32:** “En el circuito de la figura 1.120; sea  $i_s = 50$  A para  $t < 0$  y cero para  $t > 0$ . Calcúlese  $v(t)$  para todo  $t$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 175).

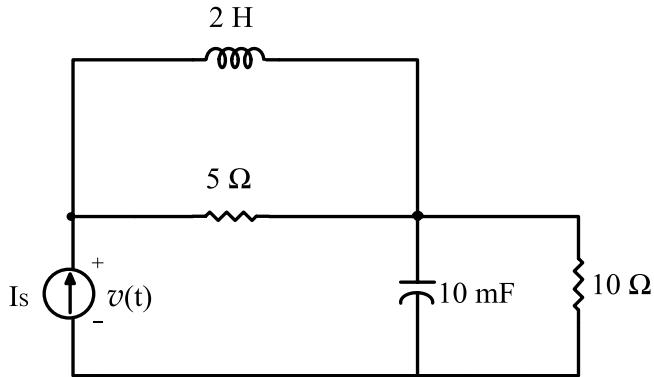


Figura 1.120

Para  $t < 0$ , en la figura 1.120, la fuente de corriente vale 50 A. El capacitor se abre, debido a las condiciones de estado estable y corriente continua. El inductor se comporta como un cortocircuito; el circuito final se muestra en la figura 1.121.

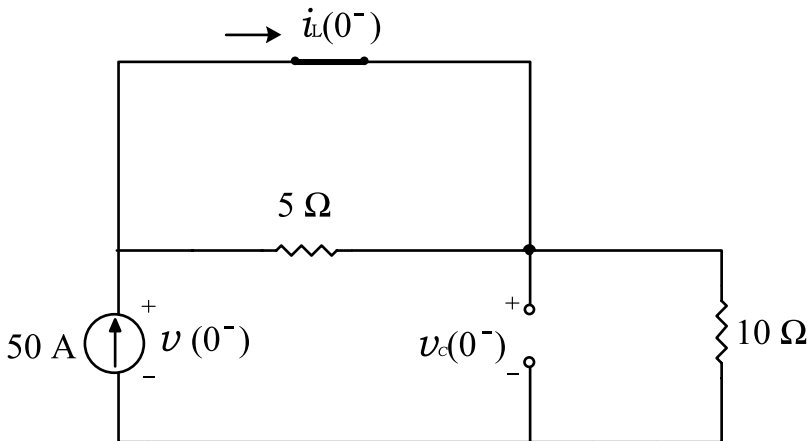


Figura 1.121

En la figura 1.121, la resistencia de  $5\ \Omega$  se abre (no circula corriente) debido a que está en paralelo con el cortocircuito. Como resultado se tiene el circuito de la figura 1.122. A continuación, se plantean las ecuaciones:

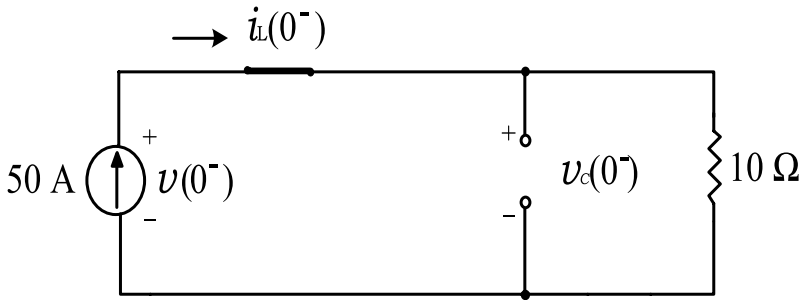


Figura 1.122

$$i_L(0^-) = 50\text{ A}$$

$$v_c(0^-) = 10i_L(0^-) = 10(50) = 500\text{ V}$$

$$v(0^-) = 500\text{ V}$$

$$v(0^-) = v_c(0^-) = 500\text{ V}$$

Para  $t > 0$ , en la figura 1.120, la fuente de corriente vale 0, entonces el circuito resultante se muestra en la figura 1.123. Se muestran dos circuitos independientes, RL sin fuente y RC sin fuente. A continuación se plantean las ecuaciones:

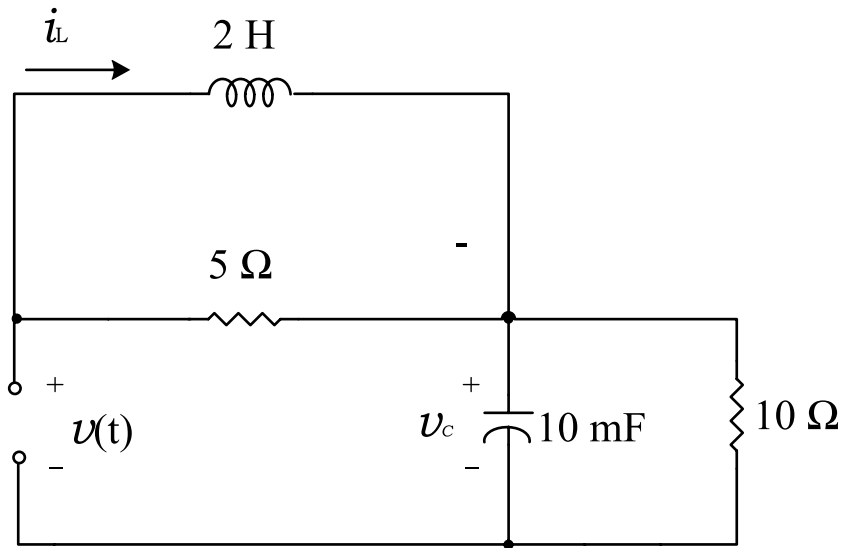


Figura 1.123

Circuito RL sin fuente:

$$\tau_L = \frac{L}{R} = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau_L} = 2.5$$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = I_0 = 50 \text{ A}$$

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(t) = 50 e^{-2.5 t}$$

Circuito RC sin fuente:

$$\tau_c = RC = (10) (10 \times 10^{-3}) = 0.1$$

$$\frac{1}{\tau_c} = 10$$

$$v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+) = V_0 = 500 \text{ V}$$

$$v_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$v_c(t) = 500e^{-10t}$$

En la figura 1.123, en el lazo inferior izquierdo, se aplica la LVK:

$$-v(t) - 5i_L + v_c = 0$$

$$-v(t) - 5(50 e^{-2.5 t}) + 500e^{-10t} = 0$$

$$-v(t) = +250e^{-2.5 t} - 500e^{-10t}$$

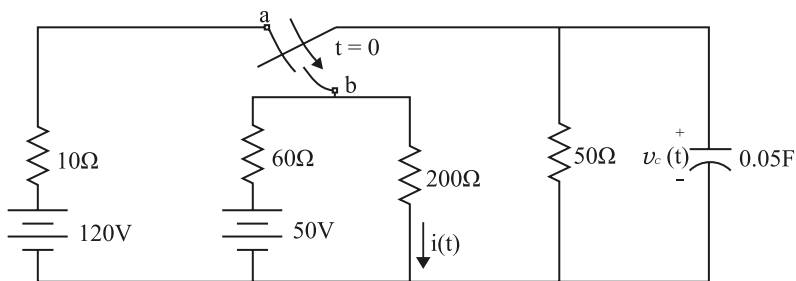
$$v(t) = +500e^{-10t} - 250e^{-2.5 t}$$

$$v(t) = 250(2e^{-10t} - e^{-2.5 t}) \text{ V}$$

## CAPÍTULO 2 CIRCUITOS RL Y RC CON FUENTE

### Problemas Resueltos

**Problema 1:** en el circuito de la figura 2.1, calcular  $v_c(t)$  e  $i(t)$  (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 192).

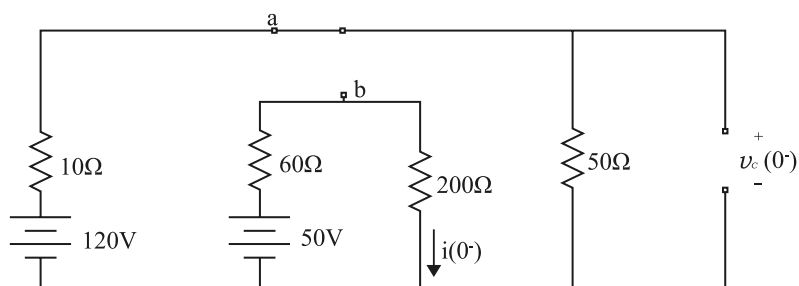


**Figura 2.1.** Circuito RC para obtener la respuesta completa de  $v_c(t)$  e  $i(t)$

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 2.1, el interruptor se encuentra en la posición a, tal como se muestra en la figura 2.2. El capacitor se comporta como un circuito abierto debido a la fuente de corriente continua de 120 V y a las condiciones de estado estable que se encuentran el circuito. Se procede a calcular las condiciones iniciales de la corriente  $i(0^-)$  y el voltaje  $v_c(0^-)$ .





**Figura 2.2.** Circuito para  $t < 0$ . Condición de estado estable

En el lazo interno del circuito de la figura 2.2 se aplica la Ley de Voltaje de Kirchhoff (LVK):

$$- 50 + 60 i(0^-) + 200 i(0^-) = 0$$

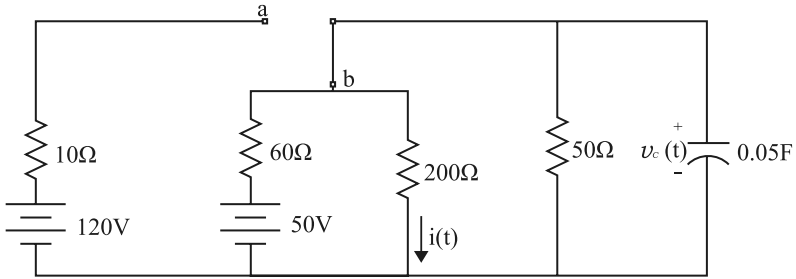
$$- 50 + 260 i(0^-) = 0$$

En el lazo externo, en la resistencia de  $50 \Omega$ , se aplica divisor de voltaje:

$$i(0^-) = \frac{50}{260} = 0.192 \text{ A}$$

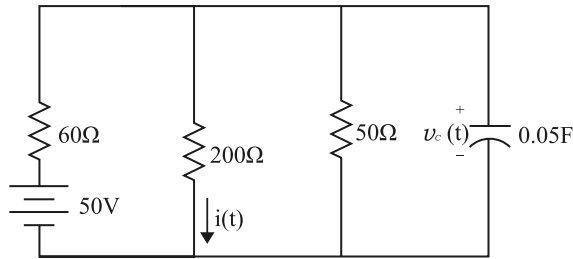
$$v_c(0^-) = 120 \frac{50}{50 + 10} = 100 \text{ V}$$

Para  $t > 0$ , en la figura 2.1, el interruptor se encuentra en la posición b, tal como se muestra en la figura 2.3, se produce una variación de corriente al conmutar de la posición a hacia la posición b, es decir, existe un voltaje transitorio o natural  $v_n$ .



**Figura 2.3.** Circuito para  $t > 0$ . Respuesta transitoria o natural

Para calcular la corriente  $i(t)$  y el voltaje  $v_c(t)$ , la resistencia de  $10\ \Omega$  que se encuentra en serie con la fuente de voltaje de  $120\ \text{V}$ , no afecta en nada al circuito; el circuito se reduce a la figura 2.4.



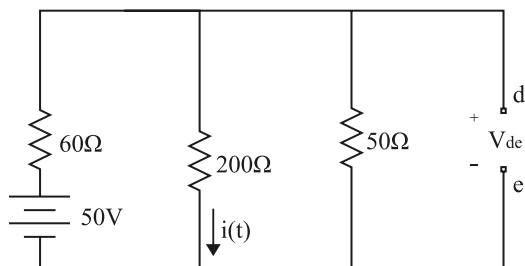
**Figura 2.4.** Circuito para  $t > 0$  reducido

Para obtener el modelo del circuito RC serie, en la figura 2.4, se retira el capacitor y se aplica el teorema de Thévenin en los puntos d-e, tal como se muestra en la figura 2.5. En esta figura, para encontrar el circuito equivalente de Thévenin en los puntos d-e, se calcula el voltaje de Thévenin y la resistencia de Thévenin.

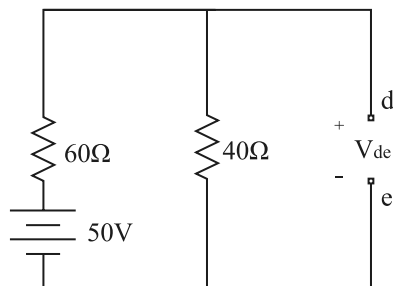
### Cálculo del voltaje de Thévenin.

El voltaje de Thévenin  $V_{\text{TH}}$  es igual al voltaje  $V_{\text{ab}}$ . Las resistencias de  $50\ \Omega$  y  $200\ \Omega$  se encuentran conectadas en paralelo y su resistencia

equivalente es igual a  $40\ \Omega$ , como se muestra en la figura 2.6.



**Figura 2.5.** Circuito para calcular el voltaje de Thévenin



**Figura 2.6.** Circuito reducido para calcular el voltaje de Thévenin

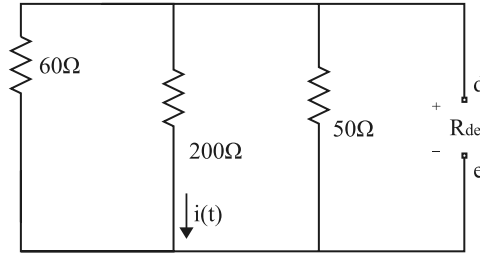
En la figura 2.6, se aplica divisor de voltaje para obtener  $V_{de}$ :

$$V_{de} = 50 \frac{40}{40 + 60} = 20V$$

$$V_{TH} = V_{de} = 20V$$

### Cálculo de la resistencia de Thévenin

Para encontrar la resistencia de Thévenin, se hace cero la fuente de voltaje de  $50\ V$  (figura 2.5) y, como resultado, se obtiene la figura 2.7; posteriormente calculamos la resistencia en los puntos  $d$  y  $e$ .



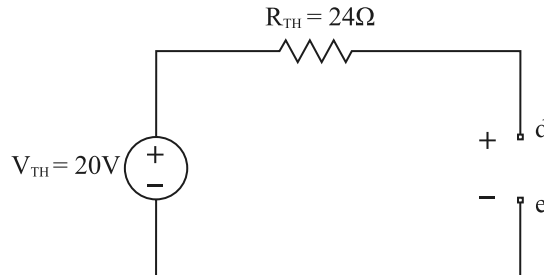
**Figura 2.7.** Cálculo de la resistencia  $R_{de}$  en los puntos d y e

$$\frac{1}{R_{de}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{200} + \frac{1}{50}$$

$$R_{de} = 24\Omega$$

$$R_{TH} = R_{de} = 24\Omega$$

Con el voltaje y la resistencia de Thévenin, se obtiene el circuito equivalente de Thévenin que se muestra en la figura 2.8.



**Figura 2.8.** Circuito equivalente de Thévenin en los puntos d y e

Finalmente se conecta el capacitor en los puntos d y e, que se muestra en la figura 2.9, que representa el circuito equivalente de Thévenin unido con el capacitor. Este circuito es el modelo para plantear la ecuación de voltaje en el capacitor constituido por un voltaje natural y un voltaje

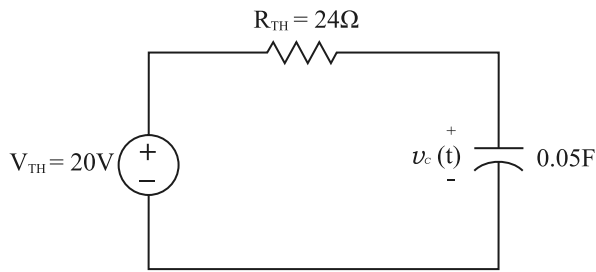
forzado; esto es:

$$v_c = v_f + v_n$$

$$v_n = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

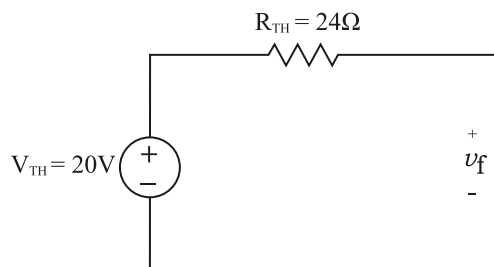
$$\text{Siendo } \tau = RC = (24)(0.05) = 1.2 \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 0.833$$



**Figura 2.9.** Circuito equivalente de Thévenin, con el capacitor de 0.05 F conectado

Cuando el circuito de la figura 2.9 se estabiliza, el capacitor se comporta como un circuito abierto debido a la fuente de voltaje de corriente continua de 20 V dando como resultado el circuito de la figura 2.10, y se calcula el voltaje forzado  $v_f$  en el capacitor.



**Figura 2.10.** Voltaje forzado  $v_f$

$$v_f = 20V$$

La respuesta total de voltaje en el capacitor es:

$$v_c = v_f + v_n$$

$$v_c = 20 + A e^{-\frac{t}{\tau}} = 20 + A e^{-\frac{t}{1.2}} = 20 + A e^{-0.83t}$$

$v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+) = 100$  , debido a que el capacitor no permite cambios bruscos de voltaje.

$$v_c(0) = 20 + A e^0 = 100 \Rightarrow A = 80$$

$$v_c(t) = 20 + 80 e^{-0.83t} \quad (2-1)$$

Para calcular la corriente  $i(t)$ , se regresa al circuito de la figura 2.4; esto es:

$$i(t) = \frac{v_c(t)}{200} = \frac{20 + 80 e^{-0.83t}}{200} = 0.1 + 0.4 e^{-0.83t}$$

$$i(t) = 0.1 + 0.4 e^{-0.83t} A \quad (2-2)$$

El gráfico de la ecuación (2-1) se muestra en la figura 2.11 con las condiciones iniciales. El gráfico de la ecuación (2-2), se muestra en la figura 2.12 con las condiciones iniciales.

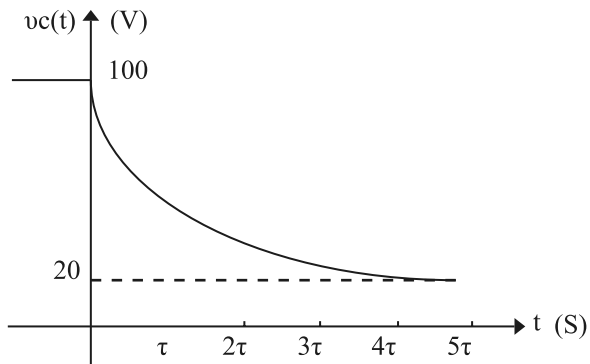


Figura 2.11. Gráfico de  $v_C(t)$  contra  $t$

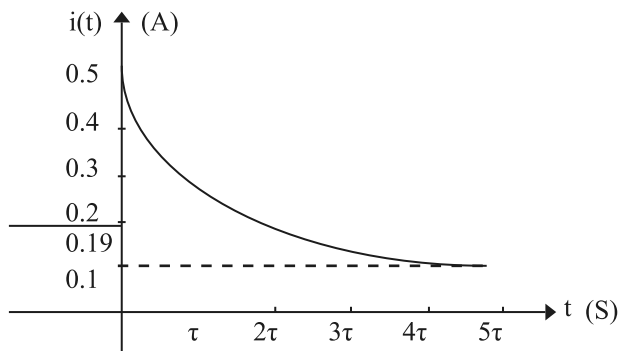


Figura 2.12. Gráfico de la corriente  $i(t)$  contra  $t$

**Problema 2:** “Sustitúyase la red a la izquierda del inductor de la figura 2.13 por un equivalente Thévenin, y luego calcúlese  $i(t)$  para  $t > 0$ ” (Hayt Jr y Kemmerly, 1988, p.196).

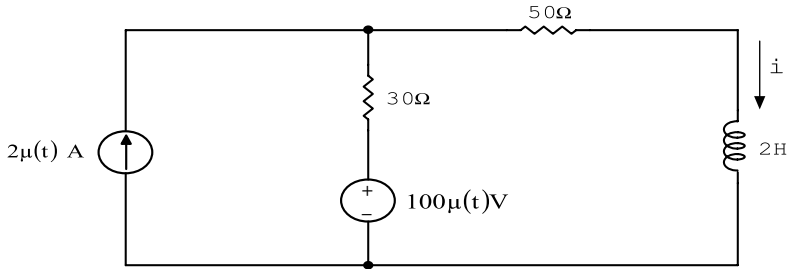


Figura 2.13

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 2.13, la amplitud de las funciones escalón unitario  $\mu(t)$  son iguales a cero, razón por la cual, las fuentes de corriente y de voltaje son iguales a cero. Hacer cero una fuente de corriente equivale a un circuito abierto y hacer cero una fuente de voltaje equivale a un cortocircuito. El circuito resultante se muestra en la figura 2.14. En este circuito, como no existen fuentes independientes de voltaje y/o corrientes, la corriente en el inductor es:

$$i(0^-) = 0$$

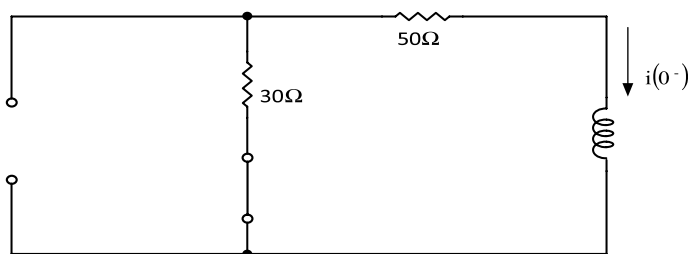
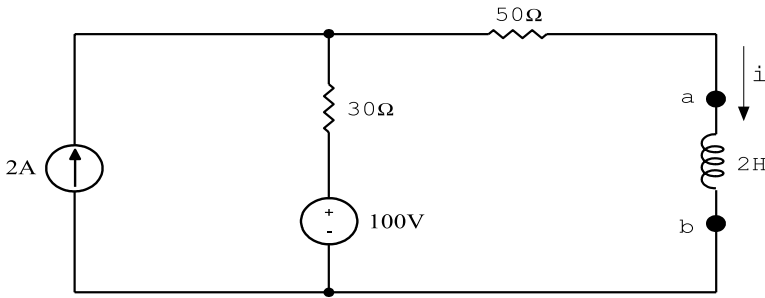


Figura 2.14

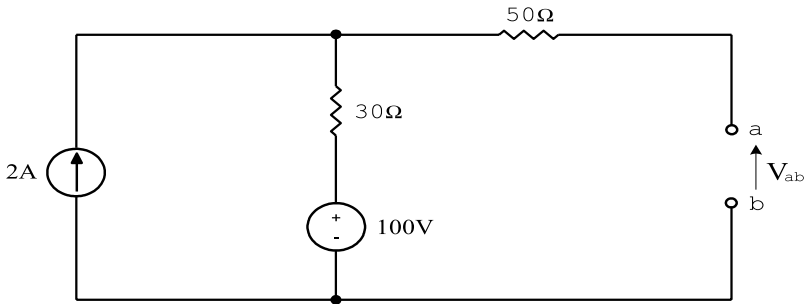
Para  $t > 0$ , en la figura 2.13, la amplitud de las funciones escalón unitario  $\mu(t)$  es igual a uno, razón por la cual, la fuente de corriente e igual



a 2 A y la fuente de voltaje es igual a 100 V; el circuito resultante es el que se muestra en la figura 2.15. En esta figura, se retira el inductor, tal como se muestra en la figura 2.16 y se procede a hallar el equivalente de Thévenin en los puntos a-b.



**Figura 2.15**



**Figura 2.16**

### Cálculo del voltaje de Thévenin

En el circuito de la figura 2.16, en el lazo de la derecha, se aplica la LVK para calcular el voltaje  $V_{ab}$ ,

$$-V_{ab} + 30(2) + 100 = 0$$

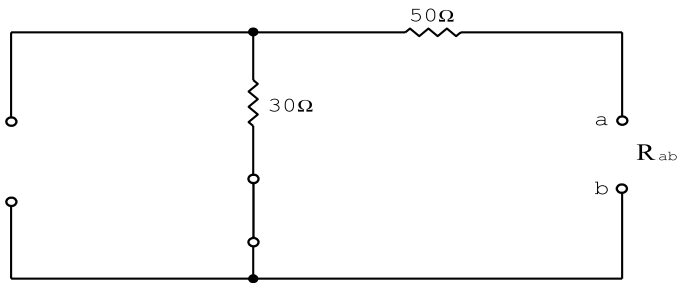
$$-V_{ab} + 60 + 100 = 0$$

$$V_{ab} = 160 \text{ V}$$

$$V_{TH} = V_{ab} = 160 \text{ V}$$

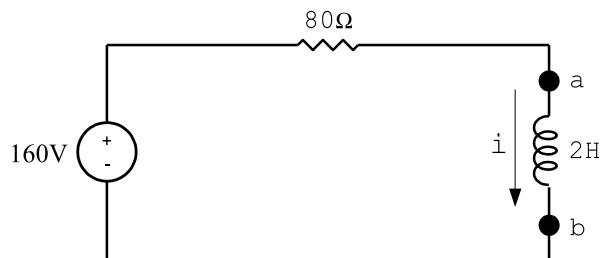
### Cálculo de la resistencia de Thévenin

Para encontrar la resistencia de Thévenin, se hace cero la fuente de voltaje de 100 V y la fuente de corriente de 2 A; como resultado se obtiene la figura 2.17. En este circuito, se obtiene la resistencia equivalente en los puntos a-b, esto es,  $R_{ab} = 30 + 50 = 80 \Omega$ .



**Figura 2.17**

El circuito equivalente de Thévenin, incluido el inductor, se muestra en la figura 2.18.



**Figura 2.18**

La figura 2.18 es un circuito RL con fuente cuya fórmula de corriente  $i$  está dada por la ecuación (2-3):

$$i = i_n + i_f \quad (2-3)$$

$$i_n = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{80} = 0.025\text{seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 40$$

$$i_n = Ae^{-40t}$$

La corriente  $i_f$  se obtiene cuando el circuito de la figura 2.18 se ha estabilizado; entonces, el inductor de 2 H se comporta como un cortocircuito cuyo resultado se muestra en la figura 2.19 en la cual se calcula la corriente  $i_f$ .

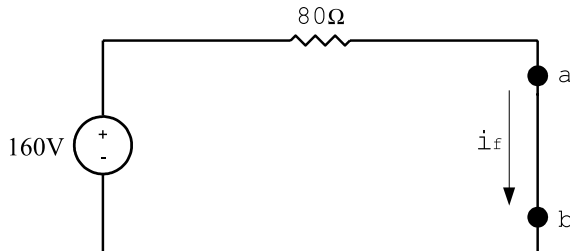


Figura 2.19

$$i_f = \frac{160}{80} = 2A$$

Por lo tanto, la corriente total es:

$$i(t) = 2 + Ae^{-40t}$$

$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = 0$  , debido a que el inductor no permite cambios bruscos de corriente.

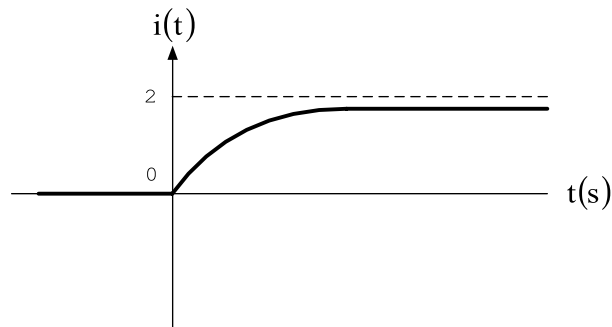
$$i(0) = 2 + Ae^0 = 0$$

$$A = -2$$

$$i(t) = 2 - 2e^{-40t} \text{ A}$$

$$i(t) = 2(1 - e^{-40t}) \text{ A} \quad (2-4)$$

La gráfica de la ecuación (2-4) se muestra en la figura 2.20.



**Figura 2.20**

**Problema 3:** “El interruptor de la figura 2.21 se baja en  $t = 0$ . Dedúzcase: a)  $i$  en  $t = 0.1$  seg; b) la magnitud del voltaje máximo que aparece en el inductor” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 197).

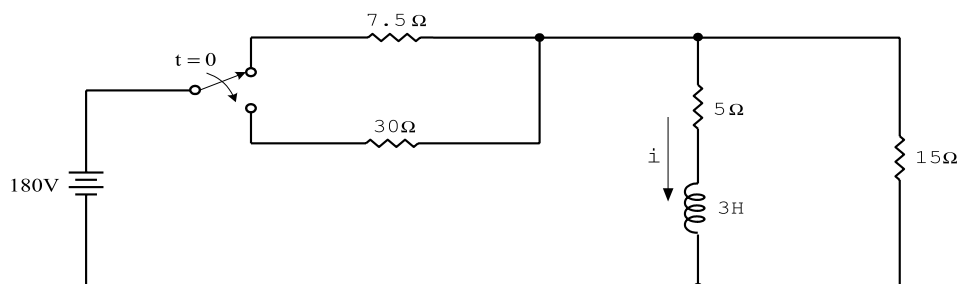


Figura 2.21

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 2.21, el interruptor está cerrado en el borne superior tal como se muestra en la figura 2.22. Debido a la fuente de corriente continua de 180 V y el circuito, está en estado estable; el inductor se comporta como un cortocircuito. Las resistencias de  $5\ \Omega$  y  $15\ \Omega$  están en paralelo y su equivalente es de  $R_{eq} = 3.75\ \Omega$ .

$$R_{eq} = \frac{(5)(15)}{5+15} = 3.75\ \Omega$$

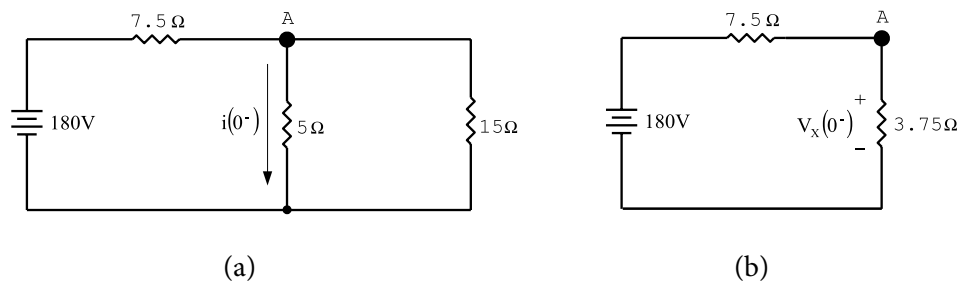


Figura 2.22 (a) y (b)

En la figura 2.22 (b), se aplica divisor de voltaje:

$$v_x(0^-) = 180 \frac{3.75}{3.75 + 7.5} = \frac{675}{11.25} = 60 \text{ V}$$

En la figura 2.22 (a) se aplica la Ley de Ohm:

$$i(0^-) = \frac{v_x(0^-)}{5} = \frac{60}{5} = 12 \text{ A}$$

Para  $t > 0$ , en la figura 2.21, el interruptor está cerrado en el borne inferior tal como se muestra en la figura 2.23. Se retira el inductor para determinar el equivalente de Thévenin en los puntos a-b, como se indica en la figura 2.24.

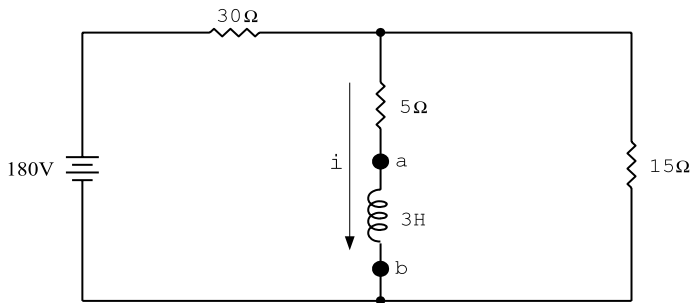


Figura 2.23

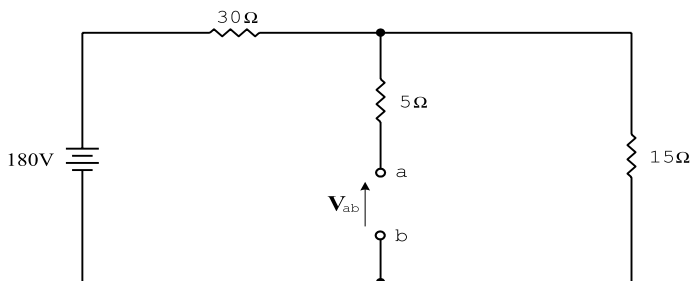


Figura 2.24

### Cálculo del voltaje de Thévenin

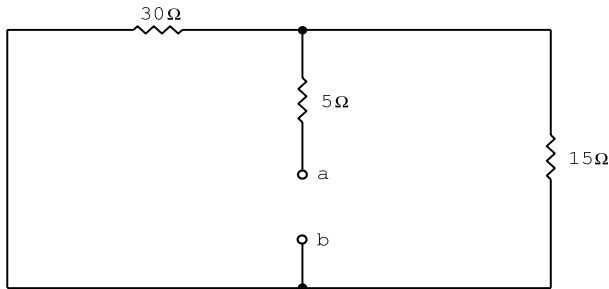
En el circuito de la figura 2.24, se aplica divisor de voltaje para calcular el voltaje  $V_{ab}$ .

$$V_{ab} = 180 \frac{15}{30 + 15} = \frac{2700}{45} = 60 \text{ V}$$

$$V_{TH} = V_{ab} = 60 \text{ V}$$

### Cálculo de la resistencia de Thévenin

Para encontrar la resistencia de Thévenin, se hace cero la fuente de voltaje de 180 V; como resultado se obtiene la figura 2.25. En este circuito, se obtiene la resistencia equivalente en los puntos a-b; esto es  $R_{ab} = 15 \Omega$ .



**Figura 2.25**

$$R_{ab} = \frac{(30)(15)}{30 + 15} + 5 = \frac{450}{45} + 5 = 10 + 5 = 15 \Omega$$

$$R_{TH} = R_{ab} = 15 \Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin, incluido el inductor, se muestra en la figura 2.26, que es un circuito RL con fuente, y la

ecuación de corriente es la siguiente:

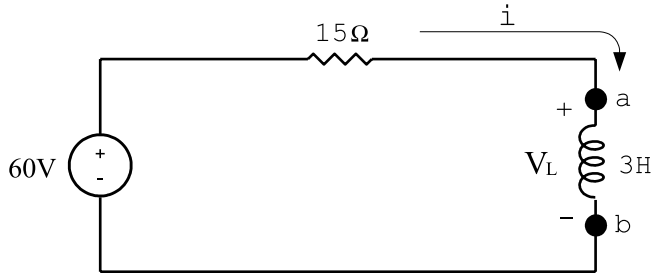


Figura 2.26

$$i = i_n + i_f$$

$$i_n = Ae^{\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{3}{15} = 0.2 \text{seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 5$$

$$i_n = Ae^{-5t}$$

Cuando el circuito de la figura 2.26 se ha estabilizado, el inductor se comporta como un cortocircuito y esa corriente es la forzada  $i_f$ , como lo indica en la figura 2.27, donde:

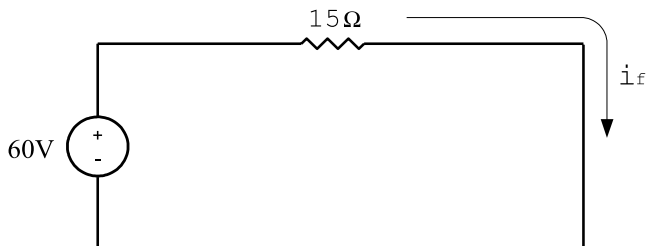


Figura 2.27



$$i_f = \frac{60}{15} = 4 \text{ A}$$

La corriente total  $i$ , es entonces:

$$i = Ae^{-5t} + 4$$

$$i(t) = 4 + Ae^{-5t}$$

$i(0^-) = i(0) = i(0^+) = 12 \text{ A}$  , debido a que el inductor no permite cambios bruscos de corriente.

$$i(0) = 4 + Ae^0 = 12$$

$$A = 8$$

$$i(t) = 4 + 8e^{-5t}$$

$$i(t = 0.1\text{seg}) = 4 + 8e^{-5(0.1)} = 8.85 \text{ A}$$

$$i(0.1) = 8.85 \text{ A}$$

Por definición, el voltaje en el inductor es:

$$v_L = L \frac{di}{dt}$$

$$v_L(t) = 3 \frac{d}{dt} (4 + 8e^{-5t})$$

$$v_L(t) = 3[(8)(-5)e^{-5t}] = -120e^{-5t}$$

$$v_L(t) = -120e^{-5t} \text{ V}$$

$$v_L(0) = -120V$$

**Problema 4:** “Obtégase  $i_L$  para  $t > 0$  en el circuito mostrado en la figura 2.28” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 197).

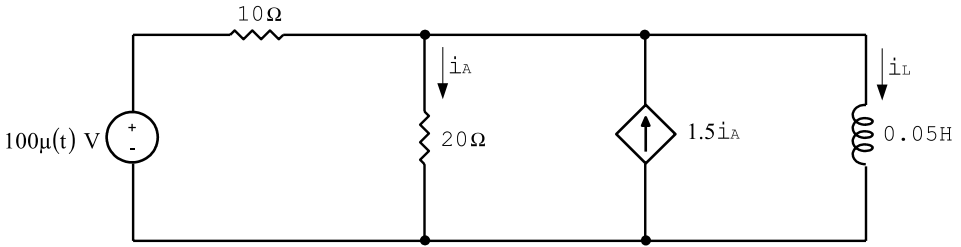


Figura 2.28

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 2.28, la amplitud de la función escalón unitario  $\mu(t)$  es igual a cero, razón por la cual la fuente de voltaje es igual a cero. Hacer cero una fuente de voltaje equivale a un cortocircuito. El circuito resultante se muestra en la figura 2.29. En este circuito, como no existen fuentes independientes de voltaje y/o corriente, la corriente en el inductor es:

$$i_L(0^-) = 0$$

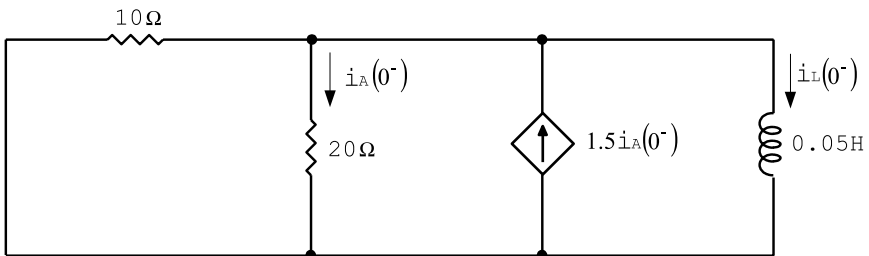


Figura 2.29

Para  $t > 0$ , en la figura 2.28, la amplitud de la función escalón unitario  $\mu(t)$  es igual a uno, razón por la cual la fuente de voltaje es igual a 100 V. El circuito resultante es el que se muestra en la figura 2.30. En esta figura, se retira el inductor, tal como se muestra en la figura 2.31, y se procede a hallar el equivalente de Thévenin en los puntos a-b.

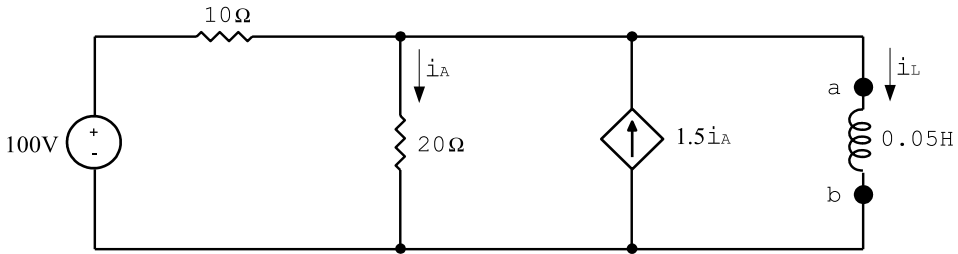


Figura 2.30

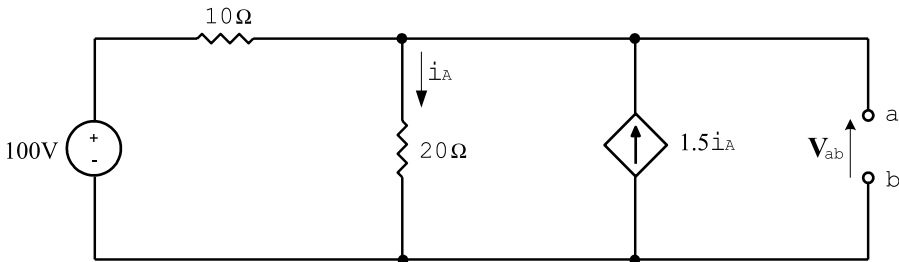


Figura 2.31

### Cálculo del voltaje de Thévenin

En el circuito de la figura 2.31, se utiliza el análisis de mallas para calcular el voltaje  $V_{ab}$ , tal como lo indica la figura 2.32. La fuente dependiente se abre. A continuación se plantean las ecuaciones.

### MALLA I

Se asume que la corriente de malla  $i_1$  polariza de más (+) a menos

(-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de  $i_1$ , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-100 + 10i_1 + 20(i_1 - i_2) = 0$$

$$-100 + 10i_1 + 20i_1 - 20i_2 = 0$$

$$-100 + 30i_1 - 20i_2 = 0$$

$$30i_1 - 20i_2 = 100 \quad (2-5)$$

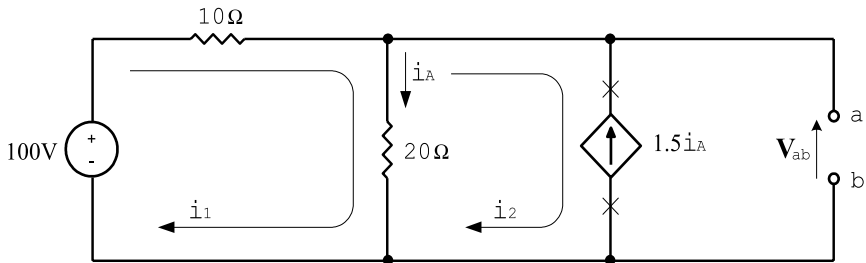


Figura 2.32

En la fuente dependiente de corriente:

$$1.5i_A = -i_2$$

Pero:

$$i_A = i_1 - i_2$$

Reemplazando:

$$1.5(i_1 - i_2) = -i_2$$

$$1.5i_1 - 1.5i_2 + i_2 = 0$$

$$1.5i_1 - 0.5i_2 = 0$$

$$0.5i_2 = 1.5i_1$$

$$i_2 = \frac{1.5}{0.5}i_1 = 3i_1$$

$$i_2 = 3i_1 \tag{2-6}$$

Reemplazando la ecuación (2-6) en la ecuación (2-5), se tiene:

$$30i_1 - 20(3i_1) = 100$$

$$30i_1 - 60i_1 = 100$$

$$-30i_1 = 100$$

$$i_1 = -\frac{100}{3} = -3.333$$

$$i_1 = -3.333\text{A}$$

En la figura 2.32, en el lazo externo se aplica la LVK:

$$-100 + 10i_1 + V_{ab} = 0$$

$$-100 + 10(-3.333) + V_{ab} = 0$$

$$-100 - 33.33 + V_{ab} = 0$$

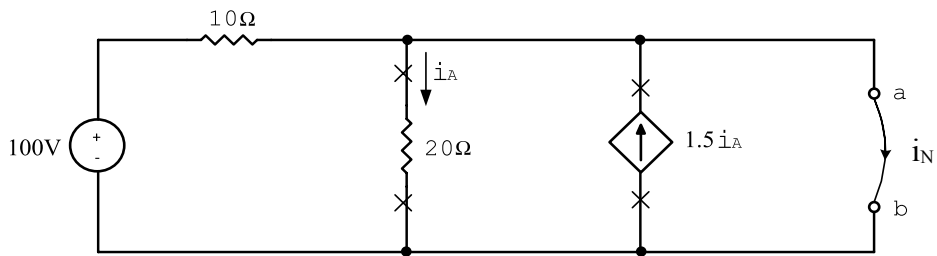
$$-133.3 + V_{ab} = 0$$

$$V_{TH} = V_{ab} = 133.33 \text{ V}$$

### Cálculo de la resistencia de Thévenin

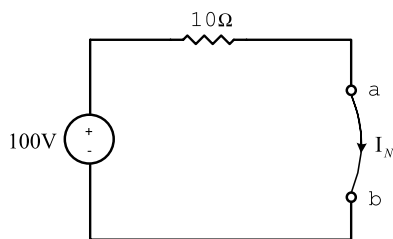
En la figura 2.31, para encontrar la resistencia de Thévenin, se hace cero la fuente de 100 V, pero, como existe una fuente dependiente en el circuito, no se puede saber cuál es el valor de la resistencia; razón por la cual se procede a encontrar la corriente de Norton  $i_N$ .

Para encontrar la  $i_N$  se cortocircuitan los puntos a-b y esta corriente va dirigida de mayor a menor potencial, en este caso, de a hacia b, tal como se muestra en la figura 2.33.



**Figura 2.33**

En la figura 2.33, la resistencia de  $20\Omega$ , queda en paralelo con el cortocircuito, por lo que la corriente  $i_A=0$ ; entonces, la fuente dependiente de corriente de  $1.5i_A$  es igual a cero. Entonces se abre esa fuente; el circuito resultante es el que se muestra en la figura 2.34. En la resistencia de  $10\Omega$ , se aplica la Ley de Ohm para calcular la  $i_N$ .



**Figura 2.34**

$$i_N = \frac{100}{10} = 10A$$

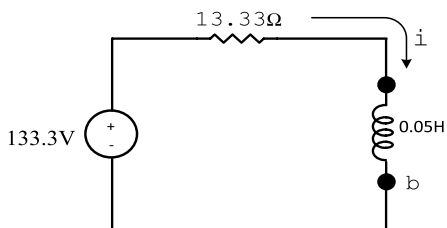
$$i_N = 10A$$

Para calcular la resistencia de Thévenin, se utiliza la siguiente fórmula:

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{i_N} = \frac{133.3}{10} = 13.33$$

$$R_{TH} = 13.33\Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin, incluido el inductor, se muestra en la figura 2.35. Es un circuito RL con fuente cuya fórmula para encontrar la corriente total en el inductor es:



**Figura 2.35**

$$i = i_n + i_f$$

Donde:

$i_n$  = corriente natural

$i_f$  = corriente forzada

$$i_n = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.05}{13.33} = 3.751 \times 10^{-3} \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 266.6$$

La corriente forzada se obtiene cuando el circuito de la figura 2.35 se ha estabilizado; entonces, el inductor se comporta como un cortocircuito y la corriente que circula es la  $i_f$ :

$$i_f = \frac{133.33}{13.33} = 10 \text{ A}$$

La corriente total es:

$$i(t) = Ae^{-266.6t} + 10$$

$i(0^-) = i(0) = i(0^+) = 0$  , debido a que el inductor no permite cambios bruscos de corriente.

$$i(0) = Ae^0 + 10 = 0$$



$$i(0) = A + 10 = 0$$

$$A = -10$$

$$i(t) = -10e^{-266.6t} + 10$$

**Problema 5:** “En el circuito mostrado en la figura 2.36, el interruptor ha estado abierto durante mucho tiempo. Calcúlese  $i$  y  $v_c$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 199).

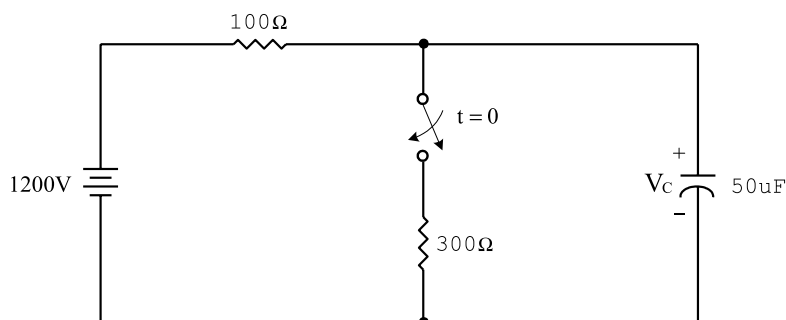


Figura 2.36

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 2.36, el interruptor está abierto tal como se muestra en la figura 2.37. Debido a la fuente de corriente continua de 1200 V y a que el circuito está en estado estable, el capacitor se comporta como un circuito abierto cuyo voltaje es:

$$v_c(0^-) = 1200 \text{ V}$$

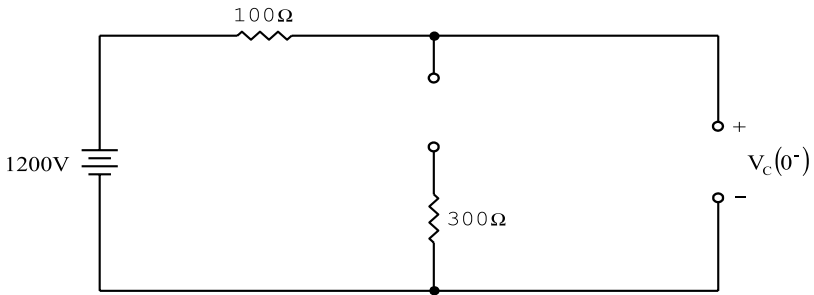


Figura 2.37

Para  $t > 0$ , en la figura 2.36, el interruptor está cerrado tal como se muestra en la figura 2.38. Se retira el capacitor para determinar el equivalente de Thévenin en los puntos a-b, como se indica en la figura 2.39.

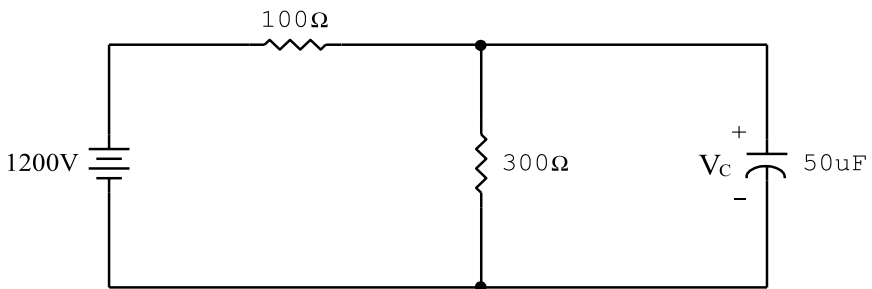


Figura 2.38

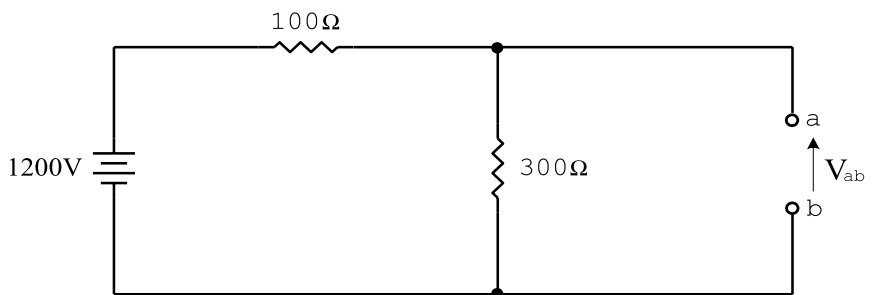


Figura 2.39

### Cálculo del voltaje de Thévenin

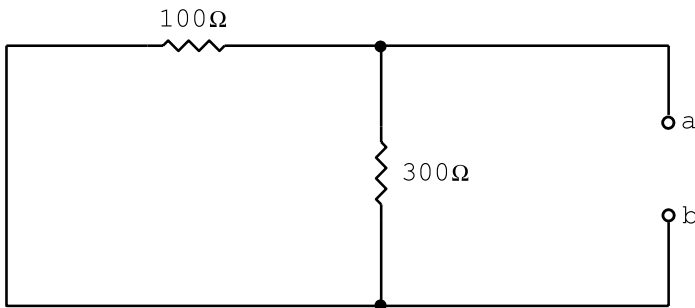
En el circuito de la figura 2.39, se utiliza el divisor de voltaje en la resistencia de  $300\ \Omega$  para calcular el voltaje  $V_{ab}$ :

$$V_{ab} = (1200) \frac{300}{100 + 300} = \frac{360000}{400} = 900V$$

$$V_{TH} = V_{ab} = 900V$$

### Cálculo de la resistencia de Thévenin

En la figura 2.39, para encontrar la resistencia de Thévenin, se hace cero la fuente de  $1200\ V$  y, como resultado, se obtiene el circuito de la figura 2.40. La resistencia en los terminales a-b,  $R_{ab}$  es el siguiente:



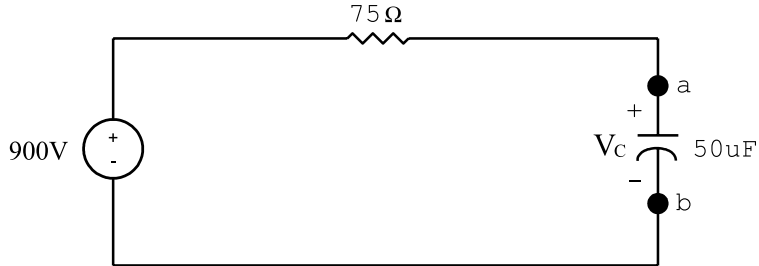
**Figura 2.40**

$$R_{ab} = \frac{(100)(300)}{100 + 300} = \frac{30000}{400} = 75\ \Omega$$

$$R_{TH} = R_{ab} = 75\ \Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin, incluido el capacitor en los pun-

tos a-b, se muestra en la figura 2.41, que es un circuito RC con fuente cuya ecuación de voltaje en el capacitor es:



**Figura 2.41**

$$v = v_n + v_f$$

Donde:

$v_n$  = voltaje natural

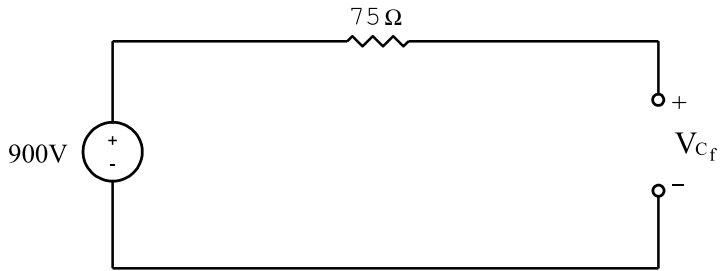
$v_f$  = voltaje forzado

$$v_n = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC = (75)(50 \times 10^{-6}) = 3.75 \times 10^{-3} \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 266.7$$

El voltaje forzado del capacitor se determina cuando el circuito se ha estabilizado, el capacitor se comporta como un circuito abierto, como lo indica en la figura 2.42, y su voltaje es:



**Figura 2.42**

$$v_{cf} = 900V$$

La respuesta total en el capacitor es:

$$v_c(t) = Ae^{-266.7t} + 900$$

$$v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+) = 1200V$$

$$v_c(0) = Ae^0 + 900 = 1200$$

$$A = 300$$

$$v_c(t) = 300e^{-266.7t} + 900$$

Evaluando en  $t = -2$  ms y  $2$  ms, se tiene:

$$v_c(-2ms) = 1200V$$

$$v_c(2ms) = 300e^{-266.7(2 \times 10^{-3})} + 900$$

$$V_c(2ms) = 175.98 + 900 = 1075.98$$

$$v_c(2\text{ms}) = 1076 \text{ V}$$

**Problema 6:** “En el circuito de la figura 2.43, obténgase una expresión única para  $v_x(t)$  que sea válida para todo valor de  $t$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 199).

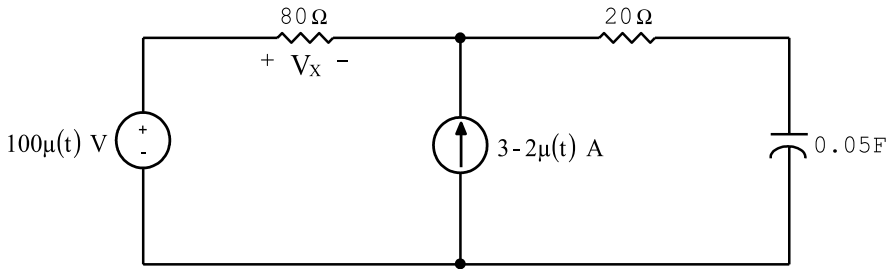


Figura 2.43

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 2.43, la función escalón unitario vale cero. Entonces, la fuente de 100 V es cero (cortocircuito) y la fuente de corriente es 3 A. El nuevo circuito se muestra en la figura 2.44. En la resistencia de  $80 \Omega$ , se aplica la Ley de Ohm:

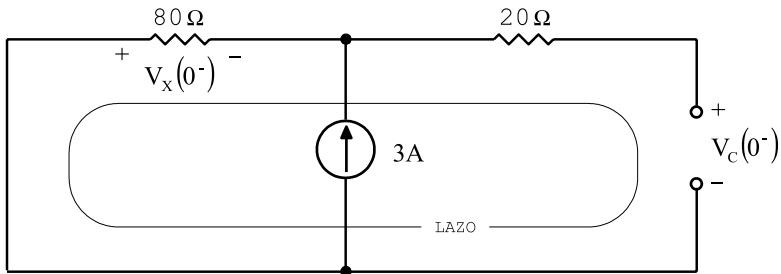


Figura 2.44

$$v_x(0^-) = 80(-3) = -240$$

$$v_x(0^-) = -240 \text{ V}$$

$$v_c(0^-) = -v_x(0^-) = -(-240)$$

$$v_c(0^-) = 240 \text{ V}$$

Para  $t > 0$ , en la figura 2.44, la función escalón unitario vale uno. Entonces, la fuente de voltaje vale 100 V y la fuente de corriente es la resta de los dos términos  $3-2 = 1$  A. El nuevo circuito se muestra en la figura 2.45.

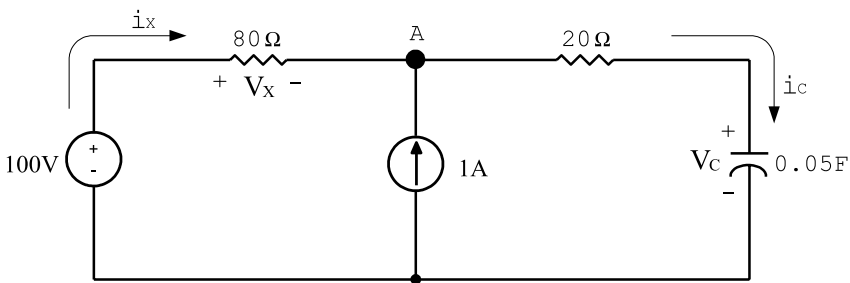


Figura 2.45

En la figura 2.45, se retira el capacitor para encontrar el equivalente de Thévenin en los puntos a-b, tal como se muestra en la figura 2.46.

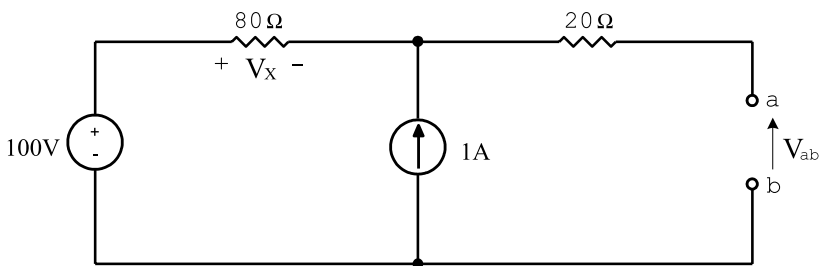


Figura 2.46

### Cálculo del voltaje de Thévenin

La corriente de 1 A al pasar de derecha a izquierda por la resistencia de  $80 \Omega$ , polariza de + a -, pero estos signos no tienen nada que ver con los signos que están en el voltaje  $V_x$ . En el lazo externo se aplica la LVK en el sentido de las manecillas del reloj. Al pasar por la fuente de voltaje, el primer signo que “ve” es el menos; en este caso se escribe  $-100$ ; al pasar por la resistencia de  $80 \Omega$ , el primer signo que “ve” es el menos (el signo que polarizó la corriente de 1 A); al pasar por la resistencia de  $20 \Omega$ , debido a que por ahí no circula ninguna corriente, porque en a-b está abierto, el voltaje es cero; finalmente, al pasar por  $V_{ab}$ , el primer signo que se “ve” es positivo debido a que la flecha está referenciada en el nodo a. La ecuación del lazo externo es la siguiente:

$$-100 - 80(1) + 20(0) + V_{ab} = 0$$

$$-100 - 80(1) + V_{ab} = 0$$

$$V_{ab} = 180V$$

$$V_{TH} = V_{ab} = 180V$$

### Cálculo de la resistencia de Thévenin

Se hacen cero todas las fuentes independientes de voltaje y de corriente. Hacer cero una fuente de corriente significa *circuito abierto* y hacer cero una fuente de voltaje significa *cortocircuito*. Como resultado se obtiene el circuito de la figura 2.47. La resistencia en el punto a-b es  $R_{ab}$ :



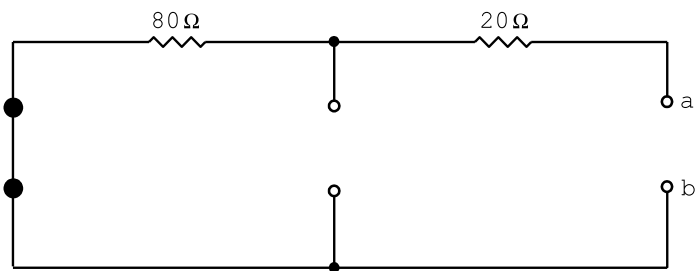


Figura 2.47

$$R_{ab} = 20 + 80 = 100$$

$$R_{TH} = R_{ab} = 100\ \Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin incluido el capacitor se muestra en la figura 2.48. En un circuito RL en serie con una fuente, el voltaje total es igual a la suma del voltaje natural  $V_n$  y el voltaje forzado  $V_f$ . La fórmula es la siguiente:

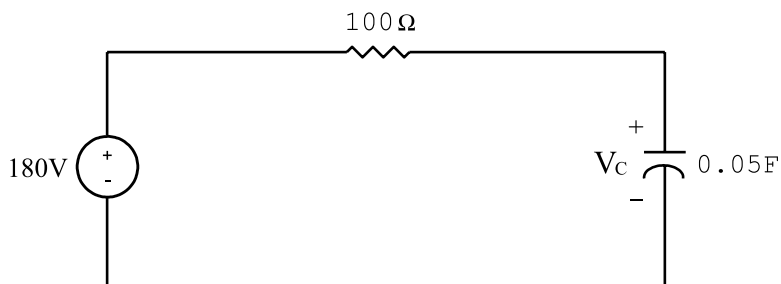


Figura 2.48

$$V_c = V_n + V_f$$

Para el voltaje natural, se aplica la siguiente fórmula:

$$v_n = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC = (100)(0.05) = 5 \text{ seg}$$

$$\frac{1}{\tau} = 0.2$$

$$v_f = 180 \text{ V}$$

$$v_c(t) = V_0 e^{-0.2t} + 180$$

$$v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+) = 240$$

$$v_c(0) = V_0 e^0 + 180 = 240$$

$$V_0 = 60$$

$$v_c(t) = 60e^{-0.2t} + 180 \text{ V}$$

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt}$$

$$i_c = 0.05 \frac{d}{dt} (60e^{-0.2t} + 180) = (0.05)(60)(-0.2)e^{-0.2t}$$

$$i_c(t) = -0.6e^{-0.2t} \text{ A}$$

En el nodo A de la figura 2.45, se aplica la Ley de Corrientes de Kirchoff (LCK), considerando el signo positivo de las corrientes que salen

del nodo y el signo negativo de las corrientes que entran al nodo; esto es:

$$-i_x - 1 + i_c = 0$$

$$i_x = i_c - 1$$

$$i_x = -0.6e^{-0.2t} - 1$$

$$i_x = -(1 + 0.6e^{-0.2t}) \text{ A}$$

Se aplica la Ley de Ohm en la resistencia de  $80 \Omega$  tomando en cuenta los signos del voltaje  $V_x$ , y la corriente  $i_x$ :

$$v_x = 80i_x$$

$$v_x(t) = (80) \left[ - (1 + 0.6e^{-0.2t}) \right]$$

$$v_x(t) = -80(1 + 0.6e^{-0.2t})$$

El voltaje para todo  $t$  es:

$$v_x(t) = -240\mu(-t) - (80 + 48e^{-0.2t})\mu(t) \text{ V}$$

**Problema 7:** “Considerando el circuito de la figura 2.49, calcular la corriente  $i_x(t)$  para todo  $t$  y graficar” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 195).

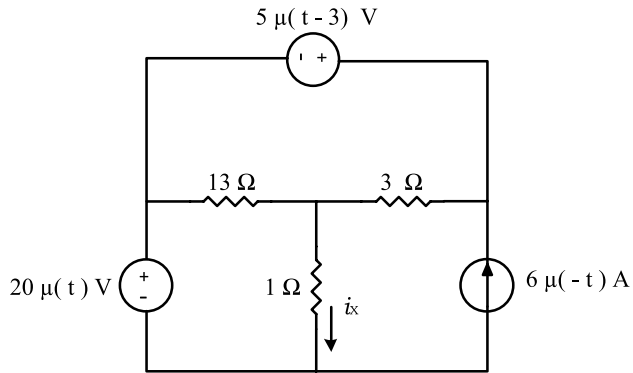


Figura 2.49

*Solución:*

Para  $t < 0$ , en la figura 2.49, los valores de las fuentes de voltaje y corriente de acuerdo a las funciones escalón unitario, cuyo gráfico se encuentra en la figura 2.50, tienen los siguientes valores:

$$20\mu(t) \text{ V} = 0 \text{ V}$$

$$5\mu(t-3) \text{ V} = 0 \text{ V}$$

$$6\mu(-t) \text{ A} = 0 \text{ A}$$

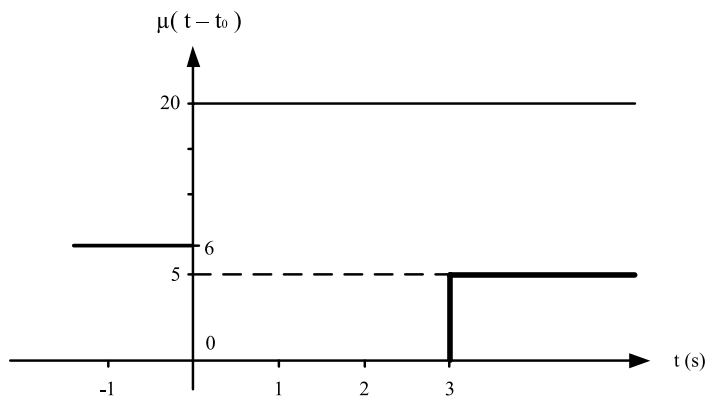
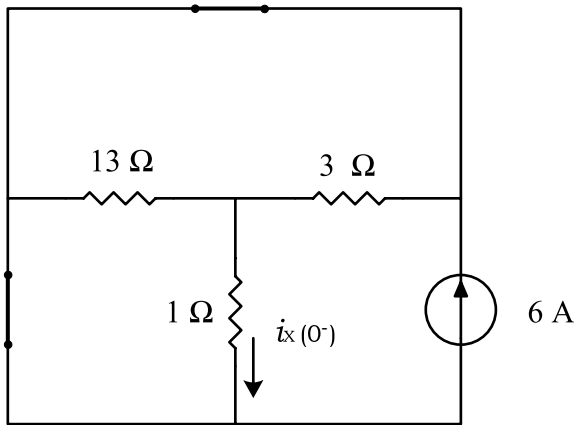


Figura 2.50

El nuevo circuito se muestra en la figura 2.51. Toda la corriente se va por el cortocircuito; entonces:

$$i_x(0^-) = 0$$



**Figura 2.51**

Para  $0 < t < 3$ , de las figuras 2.49 y 2.50, la fuente de voltaje  $20\mu(t)$  V = 20 V, la fuente de voltaje  $5\mu(t-3)$  V = 0 V (se comportan como un cortocircuito) y la fuente de corriente de  $6\mu(-t)$  A = 0 A (se comporta como un circuito abierto), tal como se muestra en la figura 2.52. Las resistencias de 13 Ω y 3 Ω están conectadas en paralelo con su valor equivalente de  $Req = 2.4375\Omega$  cuyo circuito equivalente se muestra en la figura 2.53

$$Req = \frac{(13)(3)}{13 + 3} = \frac{39}{16} = 2.4375\Omega$$

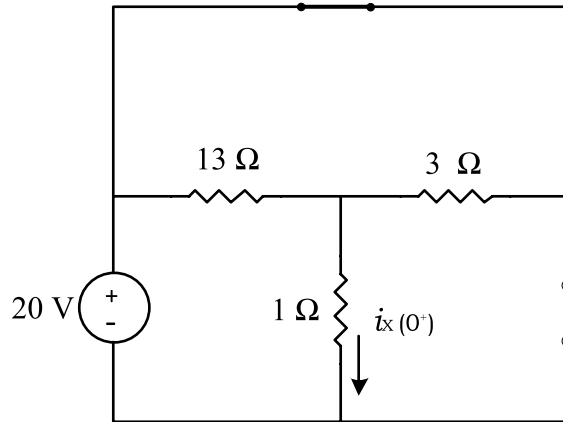


Figura 2.52

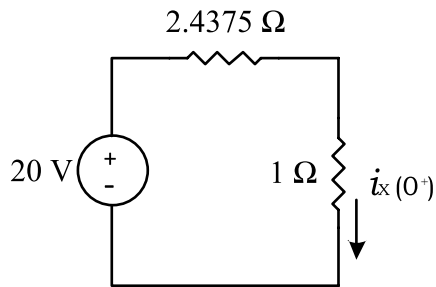


Figura 2.53

En el circuito de la figura 2.53, se aplica la LVK:

$$-20 + (2.4375 + 1)i_x(0^+) = 0$$

$$i_x(0^+) = \frac{20}{3.4375} = 5.818 \text{ A}$$

$$i_x(0^+) = 5.8 \text{ A}$$

Para  $t > 3$ , de las figuras 2.49 y 2.50, las dos fuentes de voltaje valen

20 V y 5 V, mientras que la fuente de corriente vale cero (se comporta como un circuito abierto), tal como se muestra en la figura 2.54. Utilizando el análisis de mallas, se plantean las ecuaciones:

MALLA 2

Se asume que la corriente de mallas  $i_2(3^-)$  polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de  $i_2(3^-)$ , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-20 + 13[i_2(3^-) - i_1(3^-)] + 1i_2(3^-) = 0$$

$$-20 + 13i_2(3^-) - 13i_1(3^-) + i_2(3^-) = 0$$

$$-13i_1(3^-) + 14i_2(3^-) = 20 \quad (2-7)$$

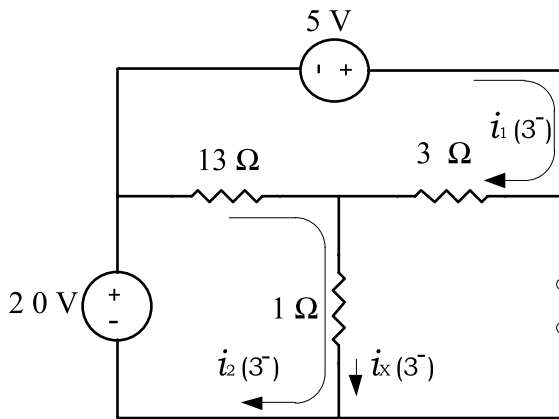


Figura 2.54

MALLA 1

Se asume que la corriente de mallas  $i_1(3^-)$  polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de  $i_1(3^-)$ , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la LVK y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-5 + 3i_1(3^-) + 13[i_1(3^-) - i_2(3^-)] = 0$$

$$-5 + 3i_1(3^-) + 13i_1(3^-) - 13i_2(3^-) = 0$$

$$16i_1(3^-) - 13i_2(3^-) = 5 \quad (2-8)$$

Con las ecuaciones (2-7) y (2-8), se plantea el sistema de determinantes:

$$i_2(3^-) = \frac{\begin{vmatrix} -13 & 20 \\ 16 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -13 & 14 \\ 16 & -13 \end{vmatrix}} = \frac{-65 - 320}{169 - 224} = \frac{-385}{-55} = 7$$

$$i_2(3^-) = 7A$$

$$i_x(3^-) = i_2(3^-) = 7A$$

El gráfico de la corriente  $i_x(t)$  para todo  $t$  se encuentra en la figura 2.55.



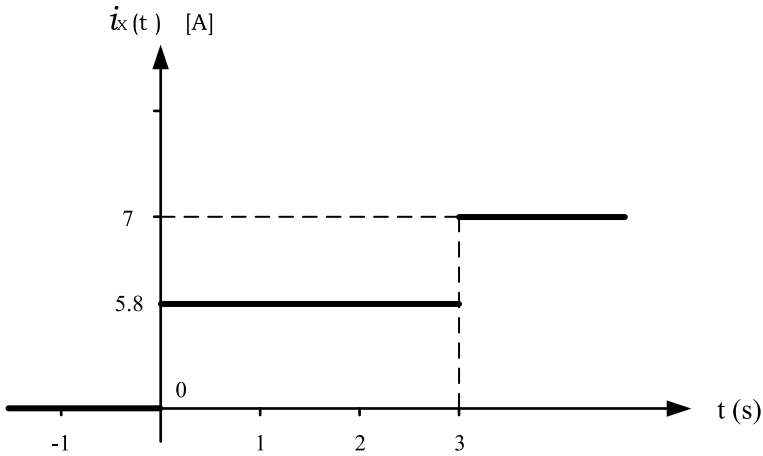


Figura 2.55

**Problema 8:** “Calcúlese  $v_x$  en la red de la figura 2.56 a intervalos de 1 s, desde  $t = -0.5$  s hasta  $t = 3.5$  s” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 195).

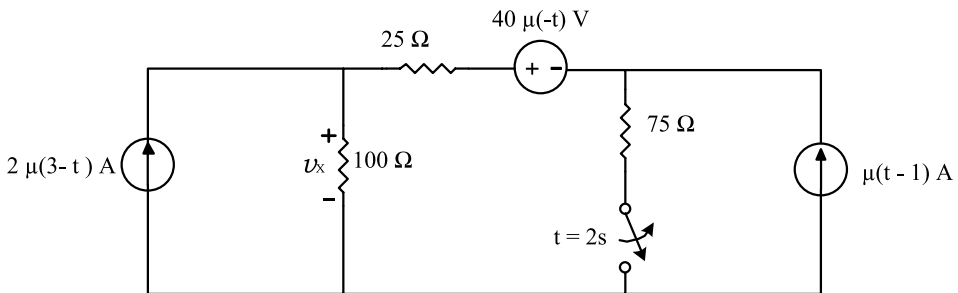


Figura 2.56

*Solución:*

Analizando las funciones escalón unitario de la figura 2.56, las fuentes independientes de corriente y voltaje se activan en los rangos que aparecen en la figura 2.57.

Para  $t < -3$ , de las figuras 2.56 y 2.57,  $2\mu(3-t) = 2$  A,  $40\mu(-t) = 40$  V,  $\mu(t-1) = 0$  (la fuente de corriente se comporta como un circuito abierto) y el interruptor está cerrado, tal como se muestra en la figura 2.58. Utilizando el análisis de mallas, la fuente de corriente de 2 A se abre; entonces:

$$i_1(-3^-) = 2 \text{ V} \quad (2-9)$$

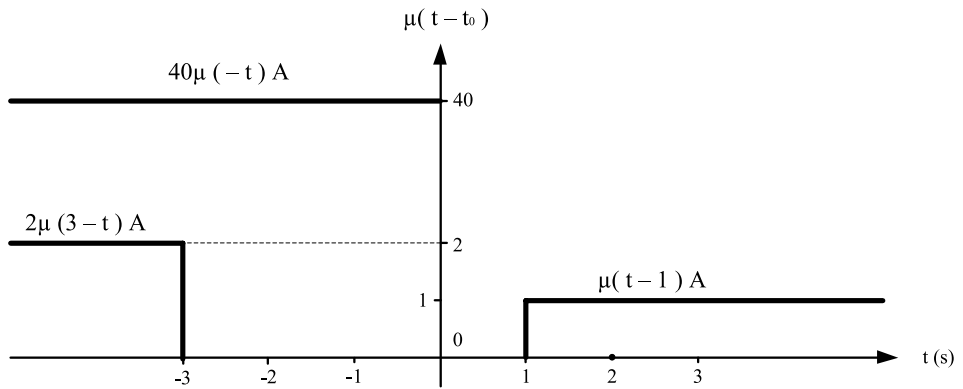


Figura 2.57

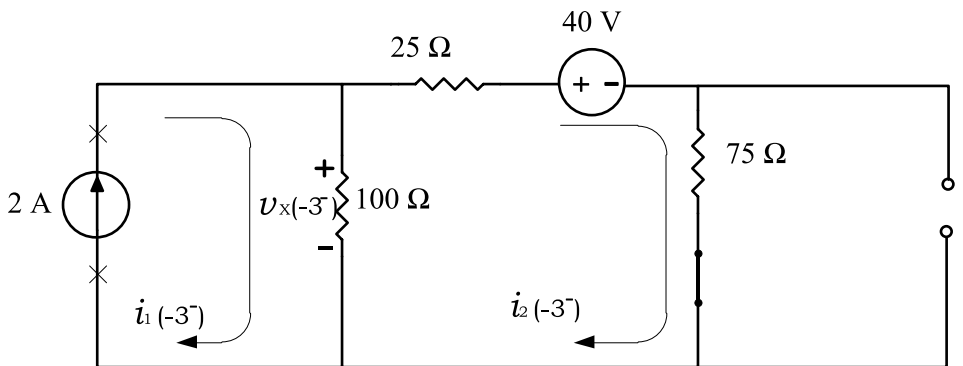


Figura 2.58

## MALLA 2

Se asume que la corriente de mallas  $i_2(-3^-)$  polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de  $i_2(-3^-)$ , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación, se aplica la LVK y en cada elemento pasivo la Ley de Ohm.

$$25i_2(-3^-) + 40 + 75i_2(-3^-) + 100[i_2(-3^-) - i_1(-3^-)] = 0$$

$$25i_2(-3^-) + 40 + 75i_2(-3^-) + 100i_2(-3^-) - 100i_1(-3^-) = 0$$

$$-100i_1(-3^-) + 200i_2(-3^-) = -40 \quad (2-10)$$

La ecuación (2-9) se reemplaza en la ecuación (2-10):

$$-100(2) + 200i_2(-3^-) = -40$$

$$-200 + 200i_2(-3^-) = -40$$

$$200i_2(-3^-) = -40 + 200$$

$$200i_2(-3^-) = 160$$

$$i_2(-3^-) = \frac{160}{200} = 0.8$$

$$i_2(-3^-) = 0.8 \text{ A}$$

En la resistencia de  $100 \Omega$ , se aplica la Ley de Ohm:

$$v_x(-3^-) = 100[i_1(-3^-) - i_2(-3^-)]$$

$$v_x(-3^-) = 100(2 - 0.8)$$

$$v_x(-3^-) = 120 \text{ volts}$$

Para  $-3 < t < 0$ , de las figuras 2.56 y 2.57,  $2\mu(3-t) = 0$  (la fuente de corriente se comporta como un circuito abierto),  $40\mu(-t) = 40\text{V}$ ,  $\mu(t-1) = 0$  (la fuente de corriente se comporta como un circuito abierto) y el interruptor está cerrado, tal como se muestra en la figura 2.59.

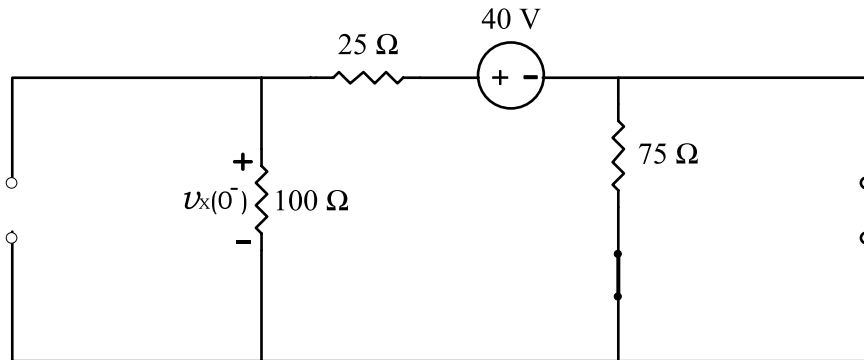


Figura 2.59

En la figura 2.59, se aplica divisor de voltaje para calcular el voltaje en la resistencia de  $100 \Omega$ :

$$v_x(0^-) = 40 \frac{100}{100 + 25 + 75} = \frac{4000}{200} = 20$$

$$v_x(0^-) = 20 \text{ volts}$$

Para  $0 < t < 1$ , de las figuras 2.56 y 2.57,  $2\mu(3-t) = 0$  (la fuente de corriente se comporta como un circuito abierto),  $40\mu(-t) = 0$  (la fuente de voltaje se comporta como un cortocircuito),  $\mu(t-1) = 0$  (la fuente de corriente se comporta como un circuito abierto) y el interruptor está cerrado,

tal como se muestra en la figura 2.60.

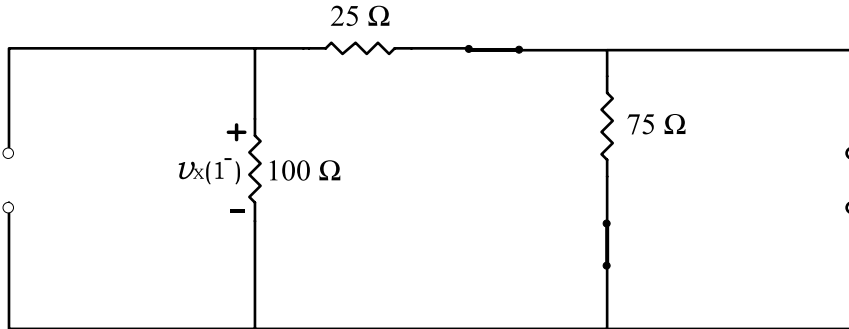


Figura 2.60

Como en la figura 2.60 no existe ninguna fuente independiente de voltaje y/o corriente, entonces:

$$v_x(1^-) = 0$$

Para  $1 < t < 2$ , de las figuras 2.56 y 2.57,  $2\mu(3-t) = 0$  (la fuente de corriente se comporta como un circuito abierto),  $40\mu(-t) = 0$  (la fuente de voltaje se comporta como un cortocircuito),  $\mu(t-1) = 1$  A y el interruptor está cerrado, tal como se muestra en la figura 2.61; en esta figura se convierte la fuente real de corriente (1A con 75Ω) en una fuente real de voltaje (75V con 75Ω), tal como se muestra en la figura 2.62.

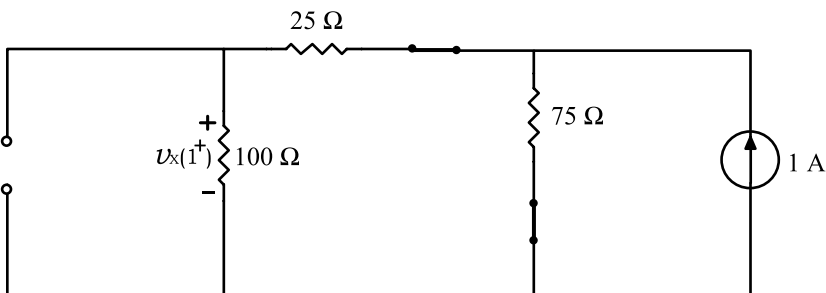


Figura 2.61

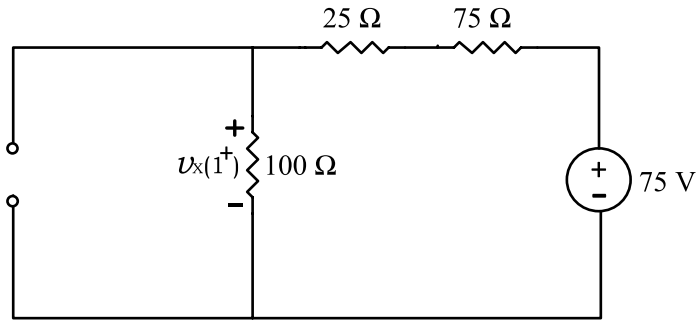


Figura 2.62

En la figura 2.62, se aplica divisor de voltaje:

$$v_x(1^+) = 75 \frac{100}{100 + 25 + 75} = \frac{7500}{200} = 37.5$$

$$v_x(1^+) = 37.5 \text{ V}$$

Para  $t > 2$ , de las figuras 2.56 y 2.57,  $2\mu(3-t) = 0$  (la fuente de corriente se comporta como un circuito abierto),  $40\mu(-t) = 0$  (la fuente de voltaje se comporta como un cortocircuito),  $\mu(t-1) = 1 \text{ A}$  y el interruptor está abierto, tal como se muestra en la figura 2.63.

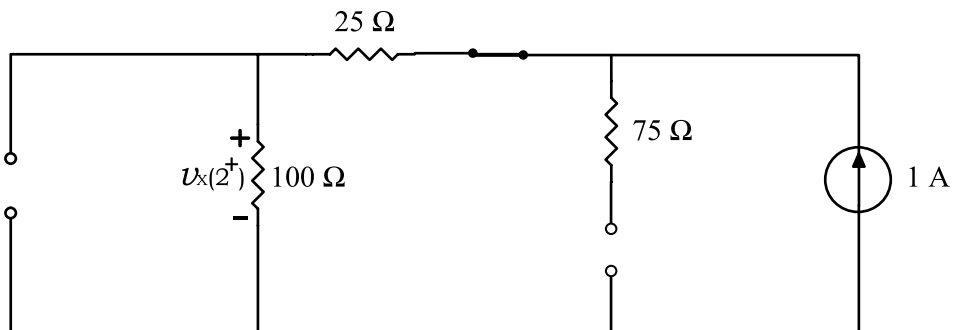


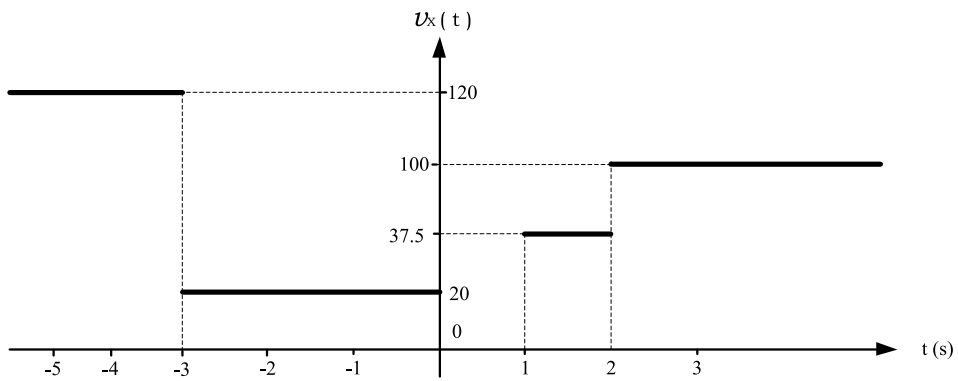
Figura 2.63

En la figura 2.63, se aplica la Ley de Ohm:

$$v_x(2^+) = 100(1) = 100$$

$$v_x(2^+) = 100 \text{ V}$$

Con todos los valores obtenidos en los diferentes intervalos de tiempo, se grafica el voltaje  $v_x(t)$  *versus* tiempo, el mismo que se encuentra en la figura 2.64.



**Figura 2.64**

El *Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable y transiente* está dirigido a estudiantes que tengan conocimientos del sustento teórico de circuitos eléctricos tanto en corriente continua como en corriente alterna, en estado estable y en estado transiente, con fuentes independientes y dependientes; con énfasis en las leyes de Kirchhoff y de Ohm, teoremas de Thévenin y Norton, principio de linealidad y superposición, divisores de corriente y de voltaje, transformaciones de fuentes, funciones de transferencia, gráficas de polos y ceros, y diagramas de Bode. Además, deben tener conocimientos de cálculo diferencial e integral, álgebra, números complejos, trigonometría, resolución de circuitos eléctricos en estado estable y transformación de Laplace. Estas leyes son fundamentales para el aprendizaje, de tal forma que las puedan aplicar en la resolución de los problemas de circuitos eléctricos en estado transiente, con el único propósito de ayudar a los estudiantes a adquirir habilidades en el desarrollo de ejercicios eléctricos. Los problemas desarrollados en su mayoría son los planteados en el libro *Análisis de circuitos en ingeniería*, cuarta edición, de los autores William H. Hayt, Jr. y Jack E. Kemmerly, y están fundamentados en sus contenidos teóricos. Por ello, esta publicación es una herramienta de trabajo de fácil entendimiento para los estudiantes.

**Pedro Infante Moreira** nació en Quinsaloma, provincia de Los Ríos, en 1959. Es ingeniero electrónico, graduado en la Escuela Superior Politécnica del Litoral, y tiene un Diplomado Superior en Pedagogía Universitaria, Maestrías en Gestión Académica Universitaria y Administración de Empresas. Actualmente es candidato a un Doctorado en Ciencias Técnicas. Tiene 22 años en la docencia, en la Universidad Técnica de Babahoyo, la Universidad Nacional de Chimborazo y en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo. Ha publicado varios textos básicos, solucionarios y un libro.

ISBN: 978-9942-14-322-8

